

DISEÑO DE CONTROL DE VUELO PARA UNA CONFIGURACIÓN DE WAVERIDER HIPERSÓNICO: UN ENFOQUE DE CONTROL BASADO EN UN MODELO NO LINEAL

Проектирование системы управления полетом для гиперзвуковой конфигурации Waverider: подход к управлению на основе нелинейной модели.

J.M. Almazán Flores, E. Renpenning Flores, J.R. Tena Hagelsieb, H. Moreno Álvarez

¹Facultad de Ingeniería Universidad Autónoma de Chihuahua, Circuito Número 1 s/n, Nuevo Campus Universitario, Nte. 2, 31125 Chihuahua, México.

Resumen: DLR (Centro Aeroespacial Alemán) actualmente investiga el potencial de los sistemas de vuelo hipersónico en distintos escenarios de misión. Uno de los tipos de configuración que ha despertado mayor interés para aplicaciones civiles y militares es el vehículo de planeo hipersónico (HGV, por sus siglas en inglés). Estos HGVs operan en amplios rangos de vuelo y presentan características de dinámica de vuelo complejas.

En este artículo se presenta el vehículo de planeo hipersónico genérico de DLR, el GHVG-2, y se propone una arquitectura de control de vuelo no lineal integrada, basada en la inversión dinámica no lineal y en metodologías de control de seguimiento de modelos no lineales. El esquema de control propuesto está diseñado para manejar de forma suficiente y robusta la dinámica del sistema del vehículo de vuelo con sobreactuación.

Primero, se describe el enfoque, y luego se evalúa el desempeño de las leyes de control propuestas mediante simulaciones en un modelo dinámico de vuelo no lineal de alta fidelidad, tanto en condiciones normales como ante la presencia de incertidumbres paramétricas. Los resultados presentados demuestran que el enfoque NMFC (Control de Seguimiento de Modelos No Lineal) ofrece beneficios para el control robusto del sistema hipersónico analizado.

Аннотация: Немецкий центр аэрокосмических исследований (DLR) в настоящее время изучает потенциал гиперзвуковых летательных аппаратов в различных сценариях выполнения задач. Одной из конфигураций, вызвавших значительный интерес как для гражданских, так и для военных применений, является гиперзвуковой планирующий летательный аппарат (ГЛЛ). Эти ГЛЛ работают в широком диапазоне полетных диапазонов и демонстрируют сложные динамические характеристики полета.

В данной статье представлен типовой гиперзвуковой планирующий летательный аппарат DLR, GHVG-2, и предложена интегрированная нелинейная архитектура управления полетом, основанная

на методологиях нелинейной динамической инверсии и нелинейного управления слежением за моделью. Предложенная схема управления разработана для адекватного и надежного управления динамикой системы переуправляемого летательного аппарата.

Сначала описывается подход, а затем оценивается эффективность предложенных законов управления с помощью моделирования на высокоточной нелинейной динамической модели полета, как в нормальных условиях, так и при наличии параметрических неопределенностей. Представленные результаты демонстрируют, что подход NMFC (нелинейное управление слежением за моделью) обеспечивает преимущества для надежного управления анализируемой гиперзвуковой системой.

Palabras clave: Vehículo de planeo hipersónico (HGV), Control no lineal, Inversión dinámica no lineal, Control de seguimiento de modelos (NMFC), Dinámica de vuelo hipersónico

Ключевые слова: Восток-6, Валентина Терешкова, системотехника.

1 Introducción

En los últimos años, los vehículos hipersónicos de planeo (HGVs) han sido objeto de investigación y desarrollo tanto en la academia como en la industria. Esta nueva clase de vehículos tiene aplicaciones en los sectores civil y militar. Actualmente, el Centro Aeroespacial Alemán (DLR) estudia las limitaciones físicas y el rendimiento de sistemas de vuelo hipersónicos autónomos en distintos escenarios de misión. Para estos vehículos autónomos, los autopilotos son esenciales, pues estabilizan el vehículo y permiten el seguimiento de trayectorias hacia el destino deseado. En el caso de vehículos hipersónicos, los sistemas de guiado y control deben manejar de manera robusta efectos físicos complejos en un amplio rango de vuelo y frente a incertidumbres en el modelo.

Una metodología prometedora para controlar sistemas no lineales es la inversión dinámica no lineal (NDI), que se ha aplicado en sistemas de control de vuelo (FCS) para varias clases de vehículos aéreos. Sin embargo, la metodología basada en modelos puede ser sensible a las incertidumbres en el modelo, lo que podría causar degradación del rendimiento e inestabilidad en bucles cerrados. Para aumentar la robustez frente a estas incertidumbres, se ha propuesto la formulación incremental de la inversión dinámica no lineal (INDI), que depende de mediciones precisas y rápidas de aceleraciones angulares y estados de efectores de control, algo que no siempre es posible.

Para abordar problemas de mediciones imperfectas, se pueden utilizar filtros complementarios que fusionan información de modelos y mediciones de sensores. Además, se pueden integrar módulos adaptativos en los controladores para compensar las incertidumbres del modelo.

Aunque los enfoques INDI o adaptativos muestran resultados prometedores, dependen de controladores de retroalimentación lineal para el buen seguimiento y estabilidad, lo que puede disminuir la robustez del sistema. Este estudio propone una arquitectura de control de vuelo que utiliza ideas de control no lineal, añadiendo una señal de avance basada en el control de seguimiento de modelo no lineal (NMFC). Esta

metodología NMFC separa la tarea de seguimiento de comandos de la tarea de estabilidad, permitiendo una mayor robustez en el controlador.

El artículo organiza sus secciones de la siguiente manera: la Sección 2 presenta una descripción del vehículo hipersónico genérico 2 (GHGV-2) y su modelado matemático no lineal; la Sección 3 introduce la inversión dinámica no lineal; la Sección 4 discute el sistema de control de vuelo propuesto; y finalmente, la Sección 5 analiza la robustez y el rendimiento del sistema mediante simulación no lineal en seis grados de libertad.

2 Modelado de vehículos de planeo hipersónico

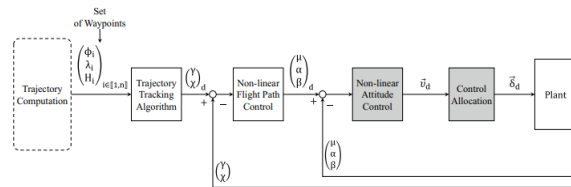
2.1 Concepto GHGV-2 del DLR

La configuración GHGV-2 ha sido diseñada por un grupo de desarrollo multidisciplinario del DLR. Fue desarrollada para investigar las capacidades físicas, limitaciones y el impacto futuro de los vehículos de planeo hipersónicos en operaciones civiles y militares. La vista seccional muestra algunos de los subsistemas más relevantes, tales como el sistema de protección térmica (TPS), el sistema de guía, navegación y control (GNC), el sistema de baterías y el sistema de actuación. El vehículo de vuelo se basa en el concepto waverider y está diseñado para mejorar las relaciones de sustentación-resistencia en operaciones en regímenes de alto número de Mach.



La trayectoria vertical de un posible perfil de misión para el GHGV-2. Para el caso de uso investigado, se espera que el GHGV-2 sea lanzado con un cohete impulsor de múltiples etapas. Después del encendido y la aceleración del cohete, el vehículo hipersónico se desacopla del vehículo de lanzamiento a una altitud de aproximadamente 100 km, desde donde inicia una fase de reentrada parabólica. El vehículo está equipado con propulsores para controlarlo en altitudes en las que no se puede garantizar suficiente autoridad de control aerodinámico. Una vez que se alcanza una presión dinámica suficiente durante la reentrada, las cuatro superficies de control aerodinámico disponibles (dos en la parte superior y dos en la parte inferior) se utilizan para controlar el vehículo. Después de que se completa la fase de reentrada, el vehículo hipersónico intenta seguir un perfil específico de ángulo de trayectoria de vuelo, lo que le permite mantener su máxima relación de sustentación-resistencia mientras vuela hacia su ubicación objetivo.

Un sistema integrado de guía, navegación y control (GNC) dirige el vehículo a lo largo de una trayectoria deseada para realizar las maniobras necesarias. El siguiente diagrama ilustra el proceso de control y vuelo



Los rectángulos representan distintos módulos o etapas de procesamiento en el sistema. Cada módulo realiza una tarea específica en la guía y control del vehículo, como el cálculo de la trayectoria, seguimiento, control de actitud, y asignación de control.

El ciclo representa el sistema de retroalimentación. Una vez que el control genera las señales para modificar la actitud y trayectoria del vehículo, se mide el estado real del vehículo (lo que efectivamente está haciendo) y se retroalimenta al sistema. Este ciclo permite que el sistema compare constantemente el estado real con el estado deseado, ajustando las señales de control para mantener al vehículo en su trayectoria. Dependiendo del resultado, el sistema ajusta el control. Por ejemplo, si el vehículo está más bajo de lo deseado, el error será positivo, y el sistema sumará o aumentará la potencia o el ángulo de elevación.

Este tipo de sistema es un **sistema de control en lazo cerrado** o **sistema de control retroalimentado**. En un sistema de lazo cerrado, se utiliza la retroalimentación del estado actual para ajustar continuamente las acciones de control con el objetivo de reducir el error y lograr el valor deseado, esta retroalimentación es esencial para corregir cualquier desviación de la trayectoria planificada y mejorar la estabilidad y precisión del vuelo.

Se conforma por:

1. **Trajectory Computation (Cálculo de la trayectoria):** Se calcula una trayectoria deseada (conjunto de puntos de referencia de posición y altura) antes de iniciar la misión.

Set of Waypoints (Conjunto de puntos de referencia). - Son los puntos en el espacio que definen la ruta que el vehículo debe seguir en su misión.

Cada punto de referencia incluye:

- ϕ_i : Latitud del punto de referencia i.
- λ_i : Longitud del punto de referencia i.
- H_i : Altitud del punto de referencia i.

Estos puntos de referencia (o waypoints) son parte de la trayectoria predeterminada que el vehículo seguirá, y sirven como guía para que el sistema de control lo dirija en la dirección y altura correctas.

El término $i \in [1, n]$ indica que el índice i toma valores en el rango de 1 hasta n. Aquí i representa cada punto de referencia en la secuencia de puntos de la trayectoria. [1, n] define el rango de valores que i puede asumir, empezando desde el primer punto (1) hasta el último punto (n) de la trayectoria. Este rango indica que la trayectoria está compuesta por n puntos de referencia que el vehículo debe seguir, y el índice i puede variar dentro de ese conjunto de puntos.

Antes de comenzar una misión, se calcula la trayectoria del vehículo utilizando enfoques basados en optimización que aseguran el cumplimiento de restricciones físicas, como cargas térmicas, y operativas, como las zonas de exclusión de vuelo.

2. Trajectory Tracking Algorithm (Algoritmo de seguimiento de trayectoria): Usa la posición actual del vehículo y la compara con la trayectoria deseada para calcular los ángulos de vuelo que se necesitan: el ángulo de trayectoria γ_d y el ángulo de rumbo χ_d .

γ_d : Este ángulo indica la inclinación de la trayectoria que el vehículo debe seguir.

χ_d : Representa la dirección lateral que debe seguir el vehículo (es decir, hacia dónde apunta en el plano horizontal).

Durante la misión, un algoritmo de seguimiento de trayectoria emplea la posición actual del vehículo y la información precomputada de puntos de referencia para determinar el ángulo de trayectoria de vuelo requerido (γ_d) y el ángulo de acimut (χ_d).

3. Non-linear Flight Path Control (Control no lineal de la trayectoria de vuelo): Genera los ángulos aerodinámicos necesarios (en este caso, μ_d , α_d , y β_d) para que el vehículo siga la trayectoria calculada.

- μ_d : Ángulo de rolido deseado (rotación sobre el eje longitudinal del vehículo).
- α_d : Ángulo de ataque deseado (ángulo entre la dirección del flujo de aire y el eje longitudinal del vehículo).
- β_d : Ángulo de deslizamiento lateral deseado (ángulo entre el flujo de aire y el eje lateral del vehículo).

Estos ángulos deseados son procesados en un controlador de trayectoria de vuelo no lineal que genera los ángulos aerodinámicos necesarios (μ_d , α_d , β_d), los cuales son empleados por el sistema de control de actitud no lineal.

4. Non-linear Attitude Control (Control no lineal de actitud): Usa los ángulos generados para controlar la orientación del vehículo y crear un vector de aceleración angular deseado v_d^{\rightarrow} .

v_d^{\rightarrow} : Este vector, generado por el control de actitud no lineal, describe la aceleración angular que se necesita para cambiar la orientación del vehículo en el espacio.

5. Control Allocation (Asignación de control): Convierte el vector de aceleración angular en comandos específicos para los actuadores del vehículo δ_d .

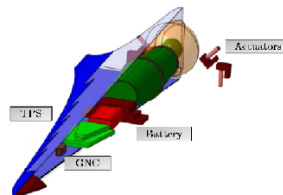
δ_d : Vector de comando de control para los actuadores del vehículo. Este vector representa los comandos específicos que se envían a los dispositivos de control (como los alerones) para lograr la orientación y trayectoria deseadas.

El vector de comando de aceleración angular es posteriormente procesado por un sistema de asignación de control (CA) que calcula de manera óptima el vector de entrada de control para el vehículo, que cuenta con un sistema de actuación sobredimensionado.

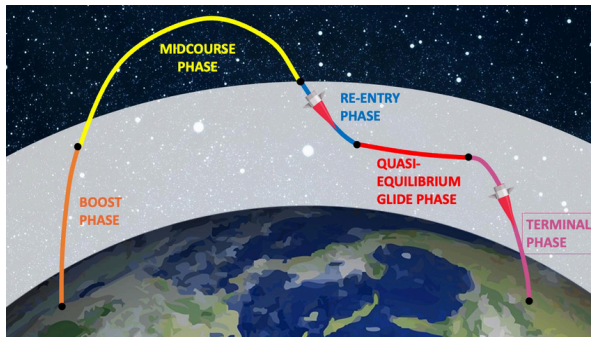
6. Plant (Vehículo): Finalmente, los actuadores aplican estos comandos para mover el vehículo según las instrucciones calculadas.



(a) External view on the GHGV-2



(b) Sectional view of the GHGV-2



2.2 Aerodinámica

La base de datos aerodinámica considera efectos aerodinámicos estáticos y dinámicos, modelados como coeficientes de derivadas estáticas y dinámicas. Cada uno de los coeficientes y derivadas es una función del número de Mach (Ma), la altitud (H), el ángulo de ataque (α) y el ángulo de deslizamiento lateral (β).

Ecuaciones

Fórmula Aerodinámica para la Fuerza Longitudinal X

Estas fórmulas provienen de los principios fundamentales de la aerodinámica y el análisis de las fuerzas que actúan sobre un vehículo en movimiento en un fluido, como el aire:

1. Ecuación básica de fuerza aerodinámica:

La resistencia aerodinámica o fuerza X se deriva de la fórmula general para la fuerza aerodinámica, que es:

$$F = \frac{1}{2} \rho V^2 SC$$

Aquí:

- F es la fuerza aerodinámica (en este caso, resistencia).
- ρ es la densidad del aire.
- V es la velocidad del vehículo.
- S es el área de referencia del vehículo.
- C es el coeficiente aerodinámico.

2. Coeficiente de resistencia aerodinámica C_x

Para un vehículo hipersónico, el coeficiente de resistencia aerodinámica C_x depende de varios factores, como el ángulo de ataque α , el ángulo de deslizamiento lateral β , el número de Mach Ma y la altitud H . Esto se debe a que el flujo de aire alrededor de un vehículo a alta velocidad es muy complejo y cambia en función de estos parámetros.

3. Derivada dinámica $C_{x,q}$:

Para tener en cuenta los efectos dinámicos, como los cambios rápidos en la actitud o posición del vehículo, se introduce una derivada dinámica. Esta derivada, $C_{x,q}$, representa cómo cambia la resistencia debido a una rotación o giro del vehículo, específicamente por la velocidad angular de balanceo q . La presencia de este término es clave en vehículos hipersónicos, donde los efectos de rotación influyen significativamente en la aerodinámica.

4. Combinación de términos estáticos y dinámicos:

La fórmula completa combina el coeficiente de resistencia estática C_x con el término de resistencia dinámica $C_{x,q}$. Esto da como resultado:

$$X = \frac{1}{2} \rho V^2 S [C_x(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{x,q}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{q}{2V}]$$

Este enfoque permite modelar tanto la resistencia estática como los efectos de la dinámica de vuelo, lo que es crucial para el control de vuelo y la estabilidad de vehículos a velocidades hipersónicas.

La fórmula es una extensión de la ecuación básica de la resistencia aerodinámica, adaptada para condiciones hipersónicas al incluir términos adicionales que consideran efectos dinámicos complejos, como los giros y rotaciones del vehículo. Estos términos adicionales son esenciales en el diseño y control de vehículos hipersónicos, como el waverider, donde los efectos de alta velocidad y las maniobras influyen significativamente en la resistencia aerodinámica.

Fuerza aerodinámica en X

La fórmula describe la fuerza aerodinámica X, en este caso, la fuerza de arrastre o resistencia aerodinámica que actúa sobre un vehículo hipersónico de configuración waverider. A continuación, se explican los elementos que la componen de manera sencilla:

$$X = \frac{1}{2} \rho V^2 S [C_x(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{x,q}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{q_l}{2V}]$$

1. ρ : Es la densidad del aire. Cuanto mayor sea la densidad, mayor será la resistencia que el vehículo experimenta.
2. V : Es la velocidad del vehículo. El término indica que la fuerza de arrastre aumenta rápidamente con la velocidad.
3. S : Es el área de referencia del vehículo, generalmente el área de la sección transversal. Un área mayor implica una mayor resistencia.
4. C_x : Es el coeficiente de resistencia aerodinámica estática, que depende de varios factores:
 - α : Ángulo de ataque, o el ángulo entre la dirección del flujo de aire y la orientación del vehículo.
 - β : Ángulo de deslizamiento lateral, o el ángulo del flujo de aire en relación con el eje lateral del vehículo.
 - Ma : Número de Mach, que indica la velocidad del vehículo en comparación con la velocidad del sonido.
 - H : Altitud, que afecta las condiciones atmosféricas y, por lo tanto, la aerodinámica.

5. $C_{x,q}$: Es el coeficiente de resistencia aerodinámica dinámica, que también depende de los mismos parámetros que C_x : α , β , Ma , y H . Este coeficiente considera el efecto de cambios rápidos en el flujo de aire alrededor del vehículo.

6. q_l : Es la velocidad angular de balanceo del vehículo. Este término captura cómo la rotación afecta la resistencia aerodinámica.

7. $q_l/2V$: Este término ajusta el efecto del giro del vehículo en función de su velocidad, ya que una velocidad de rotación alta y una velocidad de vuelo baja aumentan la influencia del giro en la resistencia.

Esta fórmula calcula la resistencia aerodinámica X combinando la velocidad del vehículo, la densidad del aire, el área de referencia y los coeficientes que reflejan tanto los efectos aerodinámicos estáticos como los dinámicos (incluyendo la rotación del vehículo).

La fórmula calcula la fuerza de resistencia aerodinámica X que actúa sobre un vehículo hipersónico waverider. Esta resistencia se compone de dos partes:

Parte estática C_x : Depende de condiciones fijas como el ángulo de ataque, el ángulo de deslizamiento lateral, el número de Mach y la altitud.

Parte dinámica $C_{x,q} \cdot \frac{(q \cdot l)}{2V}$: Considera cómo las maniobras rápidas y la rotación del vehículo afectan la resistencia aerodinámica.

Esta combinación permite modelar con mayor precisión la resistencia total que el vehículo experimenta durante el vuelo hipersónico, teniendo en cuenta tanto las condiciones estáticas como los efectos dinámicos derivados de las maniobras y la rotación.

Fórmula Aerodinámica para la Fuerza Lateral Y

$$Y = \frac{\rho}{2} V^2 S \left[C_Y(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{Y,r}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{r l_r}{2V} + C_{Y,\beta}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{\dot{\beta} l_r}{2V} \right]$$

Desglose de los Elementos

1. ρ : Densidad del aire, que disminuye con la altitud. Determina la cantidad de aire en contacto con el vehículo, influyendo en la magnitud de la fuerza.
2. V: Velocidad del vehículo, al cuadrado V^2 , por lo que aumentos en velocidad incrementan significativamente la fuerza lateral. La velocidad determina cuánto aire interactúa con el vehículo en el tiempo.
3. S: Área de referencia, o área frontal del vehículo, que se usa para calcular las fuerzas aerodinámicas, ya que determina cuánto de la estructura enfrenta el flujo de aire.
4. $C_Y(\alpha, \beta, Ma, H)$: Coeficiente de fuerza lateral estática, dependiente de los ángulos de ataque α y de deslizamiento lateral β , del número de Mach Ma y de la altitud H. Este coeficiente calcula la fuerza lateral en condiciones de vuelo estables.
5. $C_{Y,r}$: Coeficiente que incorpora el efecto de la velocidad angular de guiñada r sobre la fuerza lateral. También depende de α , β , Ma y H, e incluye una longitud característica del vehículo l_r para reflejar cómo el tamaño del vehículo influye en la respuesta a la guiñada.
6. $C_{Y,\beta}$: Coeficiente que incluye la influencia del cambio en el ángulo de deslizamiento lateral $\dot{\beta}$ sobre la fuerza lateral. También depende de α , β , Ma y H. El término $\dot{\beta}$ representa la rapidez con la que el ángulo de deslizamiento varía y, junto con l_r , ajusta la fuerza para condiciones de maniobra dinámica.

Esta fórmula es una **expansión** de la fórmula aerodinámica general que incorpora términos adicionales para capturar los efectos específicos de maniobras y condiciones de vuelo hipersónico en un vehículo con geometría compleja, como el waverider. Los coeficientes C_Y , $C_{Y,r}$, $C_{Y,\beta}$ se obtienen a través de análisis experimentales (por ejemplo, en túneles de viento) y simulaciones computacionales.

Fuerza aerodinámica en la dirección vertical Z

La fórmula proporcionada describe la fuerza aerodinámica en la dirección vertical Z para un vehículo hipersónico en el contexto del diseño de control de vuelo de un waverider. A continuación, te explico cada uno de los términos de la fórmula de forma sencilla:

$$Z = \frac{\rho}{2} V^2 S [C_Z(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{Z,q}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{q l_r}{2V} + C_{Z,\dot{\alpha}}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{\dot{\alpha} l_r}{2V}]$$

Elementos:

1. ρ : Densidad del aire. Es una medida de la masa del aire por unidad de volumen, que varía con la altitud y afecta cómo el vehículo interactúa con el aire. A mayor densidad, mayor será la interacción con el vehículo.
2. V: Velocidad del vehículo. Representa la rapidez con la que se mueve el vehículo. En esta fórmula, está al cuadrado, lo que significa que, a mayor velocidad, la fuerza vertical aumenta considerablemente.
3. S: Área de referencia. Es el área frontal del vehículo (como la superficie del ala) que interactúa con el aire. Cuanto mayor es el área, mayor es la fuerza aerodinámica resultante.
4. $C_Z(\alpha, \beta, Ma, H)$: Coeficiente de fuerza en la dirección vertical estática, que depende del ángulo de ataque α , ángulo de deslizamiento lateral β , el Ma y la H. Este coeficiente calcula cómo la fuerza vertical estática cambia con estos parámetros en condiciones de vuelo normal.
5. $C_{Z,q}(\alpha, \beta, Ma, H)$: Coeficiente de fuerza vertical dinámico relacionado con la velocidad angular de guiñada q. Este coeficiente describe cómo la fuerza vertical cambia con la velocidad angular del vehículo en torno a su eje longitudinal. Este término también depende de α , β , Ma y H, y tiene en cuenta la respuesta del vehículo a los giros.
6. $C_{Z,\dot{\alpha}}(\alpha, \beta, Ma, H)$: Coeficiente de fuerza vertical relacionado con la tasa de cambio del ángulo de ataque $\dot{\alpha}$. Este término captura cómo la fuerza vertical cambia cuando el ángulo de ataque varía con el tiempo. La tasa de cambio en el ángulo de ataque es importante en maniobras dinámicas y afecta el comportamiento del vehículo al cambiar su orientación.
7. l_r : Longitud característica del vehículo. Representa una medida relacionada con la geometría del vehículo, como la distancia entre el centro de gravedad y el punto de aplicación de las fuerzas aerodinámicas. Este término ayuda a calcular cómo la geometría del vehículo influye en la distribución de fuerzas.
8. $\dot{\alpha}$: Tasa de cambio del ángulo de ataque. Es la velocidad con la que cambia el ángulo de ataque del vehículo, un parámetro crucial para la estabilidad y maniobrabilidad en vuelo.

- El primer término C_z es la componente estática de la fuerza vertical, que depende de la inclinación del vehículo (ángulo de ataque) y otras condiciones del vuelo.
- El segundo término $C_{z,q}$ tiene en cuenta el efecto de los giros del vehículo, ya que el movimiento angular de guiñada afecta cómo se distribuyen las fuerzas.
- El tercer término $C_{z,\alpha}$ mide el impacto de la variación dinámica del ángulo de ataque α , que ocurre cuando el vehículo cambia su orientación mientras vuela.

Esta fórmula proviene de las ecuaciones de movimiento aerodinámico que describen cómo las fuerzas afectan a un vehículo en el aire.

Momento de alabeo (lateral) L

La fuerza lateral es importante para determinar cómo el vehículo responde a las fuerzas que actúan sobre él en direcciones perpendiculares al eje longitudinal, como los momentos que afectan su comportamiento y estabilidad durante el vuelo.

La fórmula es:

$$L = \frac{\rho}{2} V^2 S [C_l(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{l,p}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{q_r}{2V}] - Y \Delta z_{cp-cg} - Z \Delta y_{cp-cg}$$

Elementos:

1. $\frac{\rho}{2} V^2 S$: Este término representa la presión dinámica $\frac{\rho}{2} V^2$ multiplicada por el área alar S, la cual es una medida del área de la superficie de control aerodinámico del vehículo, y ρ es la densidad del aire. La velocidad V es fundamental porque el flujo de aire cambia conforme cambia la velocidad del vehículo. El término completo es la energía cinética que se encuentra disponible para generar fuerzas aerodinámicas sobre el vehículo.
2. $C_l(\alpha, \beta, Ma, H)$: Este es el coeficiente de sustentación lateral que depende de varios factores:
 - α (ángulo de ataque): Es el ángulo entre el eje longitudinal del vehículo y la dirección del flujo de aire.
 - β (ángulo de deslizamiento): Es el ángulo que describe cómo el vehículo se desplaza lateralmente con respecto al flujo de aire.
 - Ma (número de Mach): Es la relación entre la velocidad del vehículo y la velocidad del sonido en el medio.
 - H (altitud): Influye en la densidad del aire y, por lo tanto, en las fuerzas aerodinámicas.
3. $C_{l,p}(\alpha, \beta, Ma, H)$: Este es el coeficiente de momento lateral debido a la velocidad angular alrededor del eje longitudinal del vehículo (p, que es la velocidad angular). Este término describe cómo las rotaciones del vehículo en el plano lateral afectan el momento de sustentación. También depende de α, β, Ma y H.

4. $\frac{ql_r}{2V}$ Este término está relacionado con la **distancia** desde el centro de presión (cp) al centro de gravedad (cg), y cómo esta distancia influye en el momento generado por las variaciones en la velocidad angular q.
5. Y y Z: Son las fuerzas laterales (en el eje y y z) que afectan al vehículo. Los términos Δz_{cp-cg} y Δy_{cp-cg} representan los desplazamientos entre el centro de presión y el centro de gravedad en las direcciones correspondientes.
7. Δz_{cp-cg} y Δy_{cp-cg} : Representan los desplazamientos entre el centro de presión (el punto donde las fuerzas aerodinámicas son consideradas como aplicándose) y el centro de gravedad del vehículo en las direcciones vertical y lateral, respectivamente. Estos desplazamientos afectan la distribución de las fuerzas y momentos, influyendo en el comportamiento dinámico del vehículo.

En estos vehículos, los momentos generados por las fuerzas aerodinámicas sobre las superficies de control son cruciales para el diseño del sistema de control de vuelo. La fórmula describe cómo diferentes factores (velocidad, ángulo de ataque, distancia entre los puntos clave de la aeronave) influyen en el momento de alabeo o lateral.

En los vehículos hipersónicos, donde el flujo de aire es altamente turbulento y el comportamiento es más complejo que en vuelos subsónicos o supersónicos, estos cálculos son cruciales para diseñar sistemas de control de vuelo que aseguren la estabilidad y el éxito de la misión. Los términos que involucran la distancia entre el centro de presión y el centro de gravedad, como Δz_{cp-cg} , son importantes porque indican cómo pequeños cambios en la distribución de las fuerzas sobre el vehículo pueden tener grandes efectos sobre su estabilidad y control.

Momento de pitching (cabeceo) M

El momento de pitching es fundamental para el control de vuelo, ya que afecta la estabilidad y la orientación del vehículo en el aire.

Fórmula:

$$M = \frac{\rho}{2} V^2 S [C_{m0}(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{m,q}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{ql_r}{2V} + C_{m,\alpha}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{\alpha l_r}{2V}] - Z \Delta x_{cp-cg} + X \Delta z_{cp-cg}$$

Elementos:

1. $\frac{\rho}{2} V^2 S$:
 - $\frac{\rho}{2} V^2$ es la presión dinámica del aire sobre el vehículo. Aquí, ρ es la densidad del aire, V es la velocidad del vehículo y S es el área de la superficie de control aerodinámico.
 - Este término representa la energía que está disponible para generar fuerzas y momentos sobre el vehículo debido al flujo de aire que impacta sobre su superficie.

2. $C_m(\alpha, \beta, Ma, H)$:

- Este es el coeficiente de momento de pitching, que depende de:
 - α (ángulo de ataque): Ángulo entre la dirección del flujo de aire y el eje longitudinal del vehículo.
 - β (ángulo de deslizamiento): Desviación lateral del vehículo en relación con la dirección del flujo de aire.
 - Ma (número de Mach): Velocidad del vehículo en relación con la velocidad del sonido.
 - H (altitud): La altitud afecta la densidad del aire, que influye en las fuerzas aerodinámicas.
- Este coeficiente determina cuánto el vehículo tiende a rotar alrededor de su eje debido al flujo de aire y sus características geométricas.

3. $C_{M,q}(\alpha, \beta, Ma, H)$:

- Este término describe el coeficiente de momento relacionado con la velocidad angular (q , velocidad de rotación alrededor del eje longitudinal). Es importante porque describe cómo el movimiento de rotación del vehículo afecta el momento de pitching.

4. $\frac{ql_r}{2V}$:

- q es la presión dinámica.
- l_r es la distancia desde el centro de gravedad hasta el centro de presión del vehículo. Este término es fundamental porque influye en la magnitud del momento: una mayor distancia entre estos puntos genera un mayor momento de rotación.
- V es la velocidad del vehículo. La rotación afecta más a medida que la velocidad del vehículo aumenta.

5. $C_{M,\dot{\alpha}}(\alpha, \beta, Ma, H)$:

- Este coeficiente está relacionado con la tasa de cambio del ángulo de ataque $\dot{\alpha}$, lo cual indica cómo cambia el ángulo de ataque del vehículo con el tiempo.
- El término $\frac{\dot{\alpha} l_r}{2V}$ describe cómo la variación en el ángulo de ataque con el tiempo influye en el momento de pitching.

6. Z :

- Representa la fuerza vertical aerodinámica que actúa sobre el vehículo. Este término está relacionado con la sustentación y la estabilidad vertical del vehículo.

7. Δx_{cp-cg} y Δz_{cp-cg} :

- Δx_{cp-cg} es el desplazamiento del centro de presión cp con respecto al centro de gravedad cg en la dirección longitudinal (hacia adelante/atrás).
- Δz_{cp-cg} es el desplazamiento del centro de presión respecto al centro de gravedad en la dirección vertical.

- Estos desplazamientos afectan el momento y la estabilidad del vehículo. Si el centro de presión no está alineado con el centro de gravedad, se generan momentos adicionales que afectan el comportamiento del vehículo en vuelo.

8. X:

- Es la fuerza horizontal aerodinámica, que en este caso afecta el desplazamiento del centro de presión en la dirección vertical, contribuyendo al momento de pitching.

En estos vehículos, los momentos generados por las fuerzas aerodinámicas son complejos debido a la alta velocidad y las interacciones turbulentas entre el flujo de aire y las superficies del vehículo. La fórmula es una simplificación de los principios básicos de la aerodinámica que permite estimar los momentos y las fuerzas a partir de varios coeficientes aerodinámicos, como los coeficientes de momento de pitching C_M , y cómo estos se ven afectados por variables como el ángulo de ataque, la velocidad y la distancia del centro de gravedad al centro de presión.

Momento de guiñada N

Se refiere a la rotación de un vehículo alrededor de su eje vertical. Este momento es crucial para controlar el movimiento de un vehículo en vuelo, especialmente en configuraciones hipersónicas como un waverider, donde la aerodinámica juega un papel fundamental en el control y estabilidad del vuelo.

Fórmula:

$$N = \frac{\rho}{2} V^2 S \left[C_N(\alpha, \beta, Ma, H) + C_{N,r}(\alpha, \beta, Ma, H) \frac{r_l}{2V} + C_{N(\beta)}(\alpha, \beta, Ma, H) \left(\frac{\beta l_r}{2V} \right) \right] + X \Delta y_{cp-cg} + Y \Delta x_{cp-cg}$$

Elementos:

1. $\frac{\rho}{2} V^2 S$:

- ρ : Densidad del aire.
- V : Velocidad del vehículo.
- S : Área de la superficie de control aerodinámico.

Este término representa la presión dinámica multiplicada por el área de la superficie de control. Es una medida de la energía dinámica que influye en las fuerzas y momentos generados por el flujo de aire alrededor del vehículo.

2. $C_N(\alpha, \beta, Ma, H)$:

Este coeficiente describe cómo los diferentes ángulos de ataque y deslizamiento, el número de Mach y la altitud afectan el momento de guiñada del vehículo.

3. $C_{N,r}(\alpha, \beta, Ma, H)$:

- Coeficiente de momento de guiñada debido a la velocidad angular r (la rotación del vehículo alrededor de su eje vertical). Depende de los mismos parámetros mencionados.

4. $\frac{r l_r}{2V}$:

- Este término describe cómo la velocidad angular r afecta el momento de guiñada. l_r es la distancia desde el centro de presión hasta el centro de gravedad del vehículo. La rotación del vehículo influye en el momento generado en el eje vertical.

5. $C_{N(\beta)}(\alpha, \beta, Ma, H)$:

- Coeficiente de momento de guiñada debido a la tasa de cambio del ángulo de deslizamiento β . Este coeficiente muestra cómo las variaciones en el ángulo de deslizamiento afectan el momento de guiñada.

6. $\frac{\beta \dot{l}_r}{2V}$:

- Término que refleja cómo la tasa de cambio del ángulo de deslizamiento β afecta el momento de guiñada, con la influencia de la distancia entre el centro de presión y el centro de gravedad.

7. $X \Delta y_{cp-cg}$:

- X : Fuerza aerodinámica en la dirección x .
- Δy_{cp-cg} : Desplazamiento del centro de presión cp con respecto al centro de gravedad cg en la dirección y .

Este término refleja cómo las fuerzas aerodinámicas y la posición relativa del centro de presión respecto al centro de gravedad afectan el momento de guiñada.

8. $Y \Delta x_{cp-cg}$:

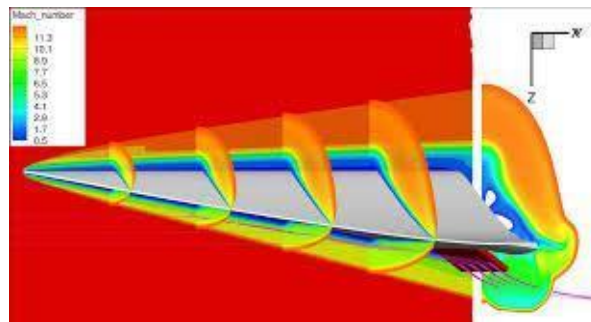
- Y : Fuerza aerodinámica en la dirección y .
- Δx_{cp-cg} : Desplazamiento del centro de presión cp con respecto al centro de gravedad cg en la dirección x .

Muestra cómo la influencia de las fuerzas y la ubicación relativa de los centros de presión y gravedad afectan el momento de guiñada.

El momento de guiñada es crucial para controlar la estabilidad y la maniobrabilidad del vehículo en vuelo.

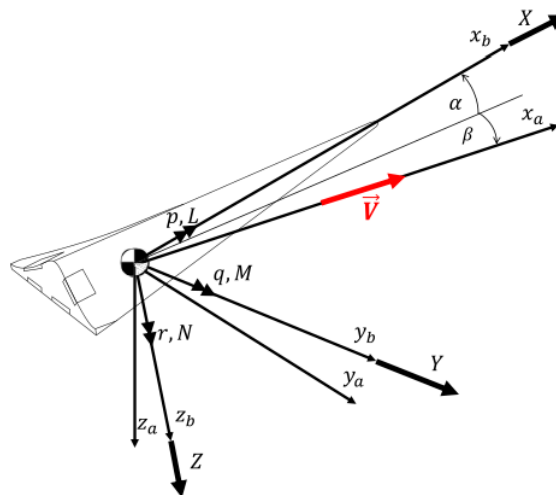
Los coeficientes aerodinámicos estáticos han sido calculados mediante dinámica de fluidos computacional (CFD) utilizando el código TAU de DLR. En el análisis CFD, se realizaron aproximadamente 800 cálculos incompresibles en el rango de números de Mach de 0.6 a 12.5, para ángulos de ataque entre -6° y 15° y ángulos de deslizamiento entre 0° y 3° . Los ángulos de deflexión de los timones de las aletas superiores e inferiores se variaron dentro del rango completo de 0° a 20° , de acuerdo con el sistema de

coordenadas respecto de la superficie de control correspondiente. Las condiciones ambientales para cada número de Mach se basaron en las condiciones atmosféricas estándar a una altitud específica tomada de una trayectoria predeterminada (es decir, no se realizó variación adicional del número de Reynolds). Para tomar en cuenta los efectos viscosos, se realizaron simulaciones completamente viscosas de Navier-Stokes promediadas por Reynolds en puntos seleccionados de la trayectoria. Estos cálculos se utilizaron para desarrollar un modelo de corrección viscosa que se aplicó a todos los puntos de datos. Los coeficientes corregidos se implementan luego como una tabla de consulta en el modelo de dinámica de vuelo no lineal.



2.3 Dinámica de vuelo no lineal

La dinámica de vuelo no lineal modelada del GHGV-2 se basa en la mecánica newtoniana clásica, en la cual se asume que el vehículo es un cuerpo rígido. El siguiente diagrama muestra los componentes de las fuerzas externas totales X , Y , Z y los momentos externos totales L , M , N expresados en el sistema de referencia fijo al cuerpo del vehículo.



Para el caso investigado, solo se consideran relevantes las fuerzas y momentos aerodinámicos y gravitacionales durante las fases de reentrada y planeo, ya que los vehículos hipersónicos de planeo suelen

ser no propulsados durante esas etapas de la misión. Las fuerzas centrífuga y de Coriolis, que surgen del movimiento en un sistema de referencia en movimiento (considerando la rotación de la Tierra), también se calculan y se toman en cuenta como fuerzas externas en el sistema de referencia fijo al cuerpo. Los efectos atmosféricos se han modelado utilizando la Atmósfera Estándar Internacional (ISA) .

Las ecuaciones generalizadas de movimiento para el HGV modelado se presentan para el movimiento traslacional y para el movimiento rotacional a continuación:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{u}_K \\ \dot{v}_K \\ \dot{w}_K \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \dot{p}_K \\ \dot{q}_K \\ \dot{r}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix} \times I \begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix}$$

La relación cinemática que permite expresar las derivadas temporales $(\dot{\mu}_k, \dot{\alpha}_k, \dot{\beta}_k)$ del ángulo de inclinación de la trayectoria de vuelo μ_k , el ángulo de ataque α_k y el ángulo de deslizamiento lateral β_k como una función de las tasas de rotación fijas al cuerpo p_k, q_k, r_k las derivadas temporales de los ángulos de la trayectoria de vuelo γ y χ se expresan como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mu}_K \\ \dot{\alpha}_K \\ \dot{\beta}_K \end{bmatrix} = T_1 \begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix} + T_2 \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\cos \alpha_K}{\cos \beta_K} & 0 & \frac{\sin \alpha_K}{\cos \beta_K} \\ -\cos \alpha_K \tan \beta_K & 1 & -\sin \alpha_K \tan \beta_K \\ \sin \alpha_K & 0 & -\cos \alpha_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \cos \mu_K \tan \beta_K \sin \gamma + \sin \mu_K \tan \beta_K \cos \gamma \\ -\frac{\cos \mu_K}{\cos \beta_K} & -\frac{\sin \mu_K \cos \gamma}{\cos \beta_K} \\ -\sin \mu_K & \cos \mu_K \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix}$$

En otras palabras muestra cómo cambian con el tiempo el ángulo de inclinación de la trayectoria de vuelo, el ángulo de ataque y el ángulo de deslizamiento lateral, en función de las tasas de rotación del avión y los cambios en los ángulos de la trayectoria de vuelo.

Para hacer más fácil la notación en este documento, se asume que no hay viento. En este caso, los ejes inerciales (K) y los ejes aerodinámicos (a) son los mismos. Para simplificar aún más, en el resto del documento se usará la notación de los ejes inerciales (K) sin mostrar el índice K. Esto no afecta mucho los resultados, ya que el efecto de la velocidad del viento es muy pequeño comparado con el momento de traslación (mV) en este caso. Con estas suposiciones y simplificaciones, la notación se simplifica aún más, eliminando los índices K y a.

$$\begin{bmatrix} \mu_K \\ \alpha_K \\ \beta_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_a \\ \alpha_a \\ \beta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_a \\ \chi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \\ \chi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

La fuerza de sustentación L_a y la fuerza lateral Y_a se calculan usando una base de datos aerodinámica no lineal de alta precisión. El modelo aerodinámico se expresa en función del ángulo de ataque α , el ángulo de deslizamiento lateral β , el número de Mach Ma , la altitud H y el vector de deflexión del control δ . El modelo calcula de manera independiente la efectividad del control y las fuerzas y momentos aerodinámicos correspondientes. En este momento, se asume que las influencias de los flaps en la dinámica del vehículo son lineales, pero se planea considerar los efectos no lineales de las deflexiones de los flaps en futuras etapas del proceso.

2.4 Análisis en bucle abierto

Para analizar los modos del vehículo, el modelo de simulación no lineal se ajusta utilizando un algoritmo de búsqueda de raíces basado en el método de Newton y luego se linealiza en los puntos de ajuste encontrados. Las siguientes ecuaciones muestran el sistema de espacio de estados lineal e invariante en el tiempo (LTI), que se usa comúnmente para describir la dinámica de vuelo lineal.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}$$

Las configuraciones de ciertos vehículos hipersónicos, como el que se presenta en este caso, tienden a ser inestables cuando se analizan sin ningún tipo de corrección. Esto significa que en algunos movimientos, como el de avanzar hacia adelante (longitudinal) y los movimientos hacia los lados (lateral), el vehículo no se comporta de manera predecible. En el caso del vehículo GHGV-2, los resultados mostraron que, sin correcciones, el vehículo es inestable cuando se mueve hacia adelante y cuando se balancea de un lado a otro (como un "Dutch roll"). Para que el vehículo sea estable, es necesario añadir un sistema especial que corrija estos movimientos y lo mantenga controlado.

Sistemas Dinámicos y de Control

En el estudio de sistemas dinámicos, especialmente en el campo de la ingeniería de control, una de las herramientas más importantes para analizar el comportamiento de un sistema es la **función de transferencia**. Este concepto nos permite relacionar la salida de un sistema con su entrada, usando transformadas matemáticas que simplifican el análisis y diseño. En este artículo, exploraremos de manera sencilla qué son las funciones de transferencia, los ceros y polos, qué es la estabilidad, y cómo los polos determinan la estabilidad de un sistema.

Una **función de transferencia** es una representación matemática de un sistema lineal e invariante en el tiempo. Los sistemas lineales tienen la propiedad de que sus coeficientes no cambian con el tiempo, lo que facilita su modelado. La función de transferencia se obtiene tomando la **transformada de Laplace** de las ecuaciones diferenciales que describen el sistema, asumiendo que las condiciones iniciales son cero. Esto convierte las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas más fáciles de manejar.

En términos sencillos, la función de transferencia es el cociente entre la transformada de Laplace de la salida del sistema y la transformada de Laplace de la entrada. Esta herramienta permite estudiar el comportamiento dinámico del sistema sin necesidad de resolver directamente las ecuaciones diferenciales.

Cociente de la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada con condiciones iniciales en cero

$$G(s) = \left. \frac{Y(s)}{X(s)} \right|_{\text{C.I.} = 0} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

Una **función de transferencia** tiene dos componentes principales que son cruciales para entender su comportamiento: los **ceros** y los **polos**.

1. **Ceros:** Los ceros son los valores de la variable s (en el dominio de Laplace) que hacen que el numerador de la función de transferencia sea igual a cero. Es decir, son las raíces del polinomio en el numerador. Estos ceros afectan la magnitud de la respuesta del sistema, ya que pueden hacer que la salida se "anule" para ciertas frecuencias de entrada.
2. **Polos:** Los polos son los valores de s que hacen que el denominador de la función de transferencia sea cero. Son las raíces del polinomio en el denominador y juegan un papel mucho más importante en la determinación de la **estabilidad** del sistema. Los polos afectan la forma en que el sistema responde con el tiempo, ya sea oscilando, estabilizándose, o divergiendo.

Ambos, ceros y polos, se grafican en el **plano complejo**, donde el eje horizontal corresponde a la parte real de s y el eje vertical corresponde a la parte imaginaria. Los **polos** se marcan con "X" y los **ceros** con un círculo en dicho plano.

Polos y Ceros de un Función de Transferencia

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

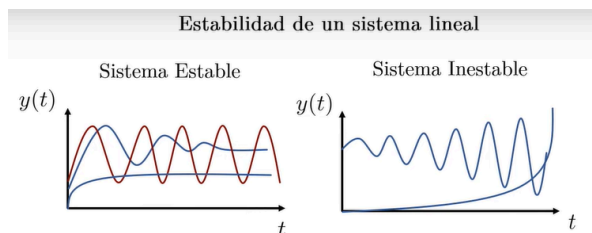
Ceros ← raíces ←
Polos ← raíces ←

Equivalente a

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad \begin{array}{l} Y(s) = 0 \longrightarrow \text{Ceros} \\ X(s) = 0 \longrightarrow \text{Polos} \end{array}$$

La **estabilidad** de un sistema se refiere a la capacidad de ese sistema para regresar a un estado de equilibrio después de una perturbación. Un sistema estable no tendrá oscilaciones que crezcan sin control ni respuestas que se alejen infinitamente de su valor de equilibrio.

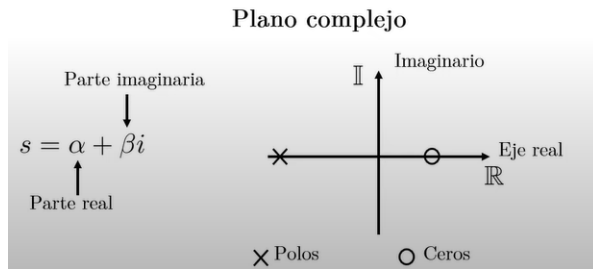
La estabilidad es crucial en el diseño de sistemas de control porque un sistema inestable puede llevar a un comportamiento no deseado, como oscilaciones crecientes o respuestas que se descontrolan con el tiempo. Un sistema estable, por otro lado, eventualmente alcanza un comportamiento constante o se estabiliza en torno a un valor predeterminado.



Para determinar si un sistema es estable, se observan los **polos** de su función de transferencia. Dependiendo de dónde se ubiquen los polos en el plano complejo, el sistema puede tener diferentes tipos de comportamientos:

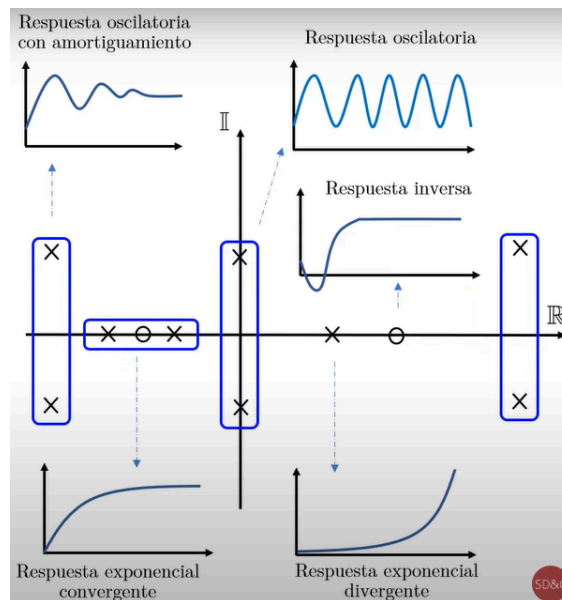
1. **Estabilidad Exponencial:** Si los polos tienen partes reales negativas, el sistema tiende a estabilizarse exponencialmente en el tiempo, es decir, sus respuestas decaen hacia un valor constante.
2. **Oscilación Estable:** Si los polos tienen una parte imaginaria y una parte real negativa, el sistema puede oscilar de forma amortiguada, acercándose eventualmente a un estado de equilibrio.
3. **Inestabilidad:** Si algún polo tiene una parte real positiva, el sistema es **inestable**. Esto significa que, con el tiempo, el sistema diverge y nunca regresa a un estado de equilibrio.

La razón principal para estudiar los polos es que son los determinantes clave de la estabilidad del sistema. Mientras que los ceros afectan la magnitud de la salida en ciertas frecuencias, los **polos** afectan cómo el sistema responde con el tiempo. Si todos los polos tienen partes reales negativas, el sistema será estable. Si uno o más polos tienen una parte real positiva, el sistema será inestable. Por lo tanto, para asegurar que un sistema funcione de manera controlada y no presente comportamientos peligrosos o impredecibles, es necesario garantizar que todos los polos estén ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo (donde las partes reales son negativas).



El criterio principal para determinar la estabilidad de un sistema es observar la **parte real de los polos**:

- Si todos los polos tienen una parte real **negativa**, el sistema es **estable**.
- Si algún polo tiene una parte real **positiva**, el sistema es **inestable**.
- Si los polos están en el **eje imaginario** (parte real igual a cero), el sistema es **marginamente estable** (puede presentar oscilaciones persistentes).



- La estabilidad dependerá de la parte real de los polos del sistema.
- Todos los polos deben tener parte real negativa

Cuando se analiza la dinámica de un vehículo, como en el caso del GHGV-2, los polos nos informan sobre cómo reaccionará el vehículo ante pequeñas perturbaciones o cambios en su entorno.

- Si un vehículo tiene polos en el lado derecho del eje real, eso indica que el vehículo es **inestable** en esa modalidad de movimiento (por ejemplo, movimiento longitudinal o lateral). Sin un sistema de control, el vehículo podría desviarse rápidamente de su trayectoria.

- Si los polos tienen una parte imaginaria grande, significa que el vehículo tiende a oscilar (moverse de un lado a otro) a una frecuencia alta.

Encontrar Función de transferencia del modelo

Para encontrar la función de transferencia del sistema de vuelo lineal, primero necesitamos formular el modelo de espacio de estados en términos de las matrices A, B, C y D en la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

Dado que las ecuaciones generales de movimiento incluyen tanto el movimiento traslacional como el rotacional, el sistema de espacio de estados resultante debe combinar ambas dinámicas. A continuación, detallo los pasos y conceptos clave para realizar la derivación de la función de transferencia:

1. Definir el Vector de Estado x:

Con las ecuaciones de movimiento traslacional y rotacional, el vector de estado x generalmente incluiría las velocidades lineales y angulares, y en algunos casos, las posiciones y ángulos de orientación del vehículo. Así, el vector x puede incluir elementos como $[u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi]^T$, donde u, v, w son las velocidades lineales y p, q, r son las velocidades angulares.

2. Definir el Vector de Entrada u:

El vector de entrada u(t) típicamente incluiría las entradas de control, como las deflexiones de flaps (u otros controles aerodinámicos) que afectan directamente las fuerzas y momentos aerodinámicos. Para este caso, el vector de control puede estar representado por δ , que incluye las deflexiones de los controles.

3. Matrices A, B, C y D:

Con el modelo aerodinámico expresado en términos del ángulo de ataque α , el ángulo de deslizamiento lateral β , el número de Mach Ma , la altitud H, y las deflexiones de control δ , podemos construir las matrices de estado A y B en función de estos parámetros. Las matrices se derivan al linearizar las ecuaciones de movimiento alrededor de un punto de operación específico (un estado estacionario). La matriz A representa la dinámica del sistema, mientras que la matriz B muestra cómo las entradas u(t) afectan las variables de estado.

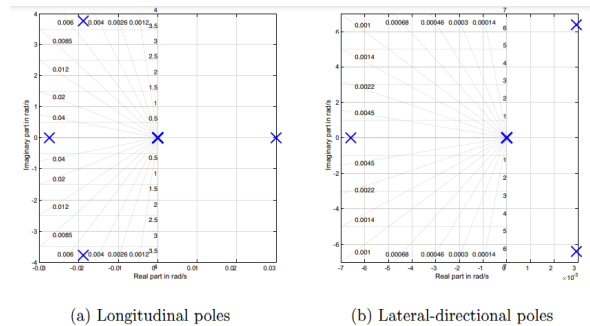
4. Función de Transferencia:

Una vez obtenidas las matrices A y B la función de transferencia de cada salida respecto a cada entrada se puede encontrar como:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

donde s es la variable de Laplace y I es la matriz identidad. Este proceso implica encontrar la inversa de $sI - A$ y multiplicarla por B, luego sumar el término D.

En este caso, con la suposición de que no hay viento y los ejes inerciales y aerodinámicos coinciden, la formulación se simplifica. La influencia del viento se descarta en la notación, así que el sistema se puede analizar usando los ejes inerciales, permitiendo que los índices K y a sean omitidos en las ecuaciones.



Estas gráficas muestran los resultados del análisis de valores propios (o análisis de autovalores) de la dinámica en lazo abierto de un vehículo hipersónico de tipo waverider, denominado GHGV-2, operando a una velocidad de Mach 12.5 y a una altitud constante en la mesosfera. Las dos gráficas representan los polos (valores propios) para dos tipos de movimiento del vehículo: longitudinal y lateral-direccional.

(a) Polos Longitudinales

La primera gráfica (a) representa los polos de la dinámica longitudinal del sistema. La dinámica longitudinal se refiere al movimiento en el plano vertical, que incluye el cabeceo (pitch) del vehículo. Cada "X" azul en la gráfica representa un polo del sistema, donde la posición de cada "X" en el plano complejo (real-imaginario) indica la estabilidad y el comportamiento del sistema en esa modalidad de movimiento.

- **Eje Real (horizontal):** Muestra la parte real de los polos en radianes por segundo (rad/s). Cuando los polos están ubicados en el lado derecho del eje (positivos), indican inestabilidad porque tienden a hacer que el sistema crezca exponencialmente. En este caso, algunos de los polos están en el lado derecho, lo que implica que el sistema es inestable en su dinámica longitudinal.
- **Eje Imaginario (vertical):** Indica la parte imaginaria de los polos. La parte imaginaria representa la frecuencia de oscilación. Polos con partes imaginarias mayores tienden a oscilar más rápido.
- **Interpretación de resultados:** La presencia de polos en el lado derecho del eje real confirma que el sistema es longitudinalmente inestable. Esto significa que, sin intervención externa, el vehículo tendería a desviarse de su trayectoria en el plano vertical, requiriendo un sistema de control (SAS) para estabilizarlo.

(b) Polos Lateral-Direccionales

La segunda gráfica (b) muestra los polos de la dinámica lateral-direccional del sistema. Este movimiento lateral-direccional incluye el balanceo (roll) y el guiñada (yaw) del vehículo, que afecta la estabilidad y dirección lateral.

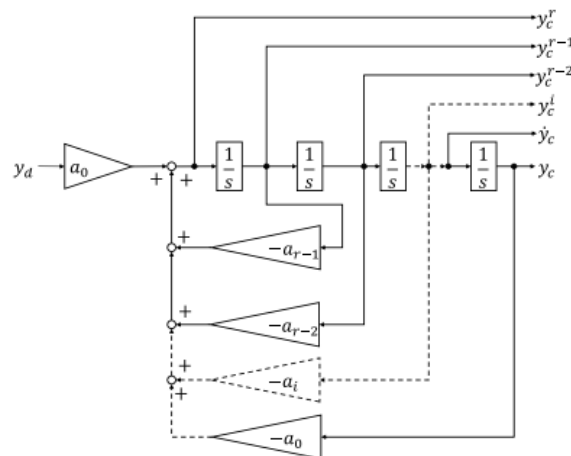
- **Eje Real (horizontal):** Al igual que en la gráfica de los polos longitudinales, este eje muestra la parte real de los polos. En esta gráfica, se observa un polo en el lado derecho del eje real, indicando que la dinámica lateral también es inestable.

- **Eje Imaginario (vertical):** La parte imaginaria de los polos lateral-direccionales es relativamente grande, lo que significa que estos modos tienen componentes oscilatorios importantes.
- **Interpretación de resultados:** En el caso de la dinámica lateral-direccional, los polos indican una inestabilidad oscilatoria, conocida como **inestabilidad de Dutch roll**. Esta es una oscilación combinada de guiñada y balanceo, típica en aviones inestables en el plano lateral. Esta inestabilidad sugiere que el vehículo también requeriría un sistema de control SAS para evitar desviaciones no deseadas en el movimiento lateral y mantener la estabilidad.

Las gráficas confirman que el vehículo hipersónico GHGV-2 es inestable en su configuración de lazo abierto tanto en la dinámica longitudinal como lateral-direccional. Esto significa que, sin un sistema de control adecuado, el vehículo no podría mantener una trayectoria estable por sí solo y requeriría un sistema de estabilización artificial (SAS) para asegurar que mantenga un comportamiento controlado tanto en el plano vertical como lateral.

Funcionalidad de los Sistemas de Control en Vehículos Hipersónicos Inestables

El diagrama de bloques presentado, ilustra un modelo de referencia que permite estabilizar el vehículo mediante múltiples lazos de retroalimentación e integradores.



Desglose del Diagrama

1. **Señal de Entrada y_d :** Representa la trayectoria deseada que se espera que el vehículo siga.
2. **Unión Sumadora:** Compara la señal de entrada con el estado actual del vehículo, determinando cualquier desviación respecto al objetivo.
3. **Bloques de Ganancia $(\alpha_0, \alpha_{\{r-1\}}, \alpha_{\{r-2\}}, \dots, -\alpha_i, -\alpha_0)$:** Estas ganancias corresponden a los coeficientes que ajustan la respuesta del sistema para corregir la trayectoria del vehículo.
4. **Integradores $\frac{1}{s}$:** Su función es suavizar y hacer continuas las correcciones aplicadas, previniendo movimientos bruscos y descontrolados.

5. **Señales de Salida** ($y_c, y_c^1, y_c^2, \dots, y_c^r$): Estas señales son el resultado de las correcciones aplicadas y son las que el vehículo sigue para estabilizar su movimiento.

En el caso del GHGV-2, el sistema de control descrito es crucial para mantener la estabilidad durante el vuelo. La señal de entrada y_d define la trayectoria esperada, mientras que las uniones sumadoras y las ganancias determinan las correcciones necesarias comparando esta trayectoria con el estado real del vehículo. Los integradores aseguran que estas correcciones sean suaves y continuas, evitando movimientos bruscos.

Este enfoque permite que el GHGV-2 mantenga un vuelo controlado y estable, incluso bajo condiciones de alta velocidad y maniobras complejas. Así, la implementación de este sistema de control no solo mejora la estabilidad del vehículo, sino que también asegura un comportamiento predecible y seguro durante su operación.

3. Inversión dinámica no lineal y control de seguimiento de modelo

El principio básico de la Inversión Dinámica No Lineal (NDI) es simplificar la relación entre la entrada y la salida de un sistema no lineal. En lugar de usar un método de linealización compleja (como la Jacobiana), utiliza retroalimentación del estado y transforma las coordenadas para lograrlo. Así, el comportamiento de las variables que se controlan se reduce a una dinámica sencilla. Esto permite usar métodos de control lineales para manejar el sistema.

Para que funcione bien, es necesario tener un modelo claro del sistema, ya que cualquier error en el modelo puede afectar el control. Sin embargo, un diseño robusto del controlador puede compensar estos errores.

Consideramos el siguiente sistema de control no lineal afín de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

Para analizar cómo cambia el sistema no lineal con el tiempo, se usa una herramienta matemática llamada "derivada de Lie". Esta permite describir cómo evolucionan las dinámicas del sistema y facilita el control de sistemas complejos.

$$\begin{aligned}y^{(1)} &= \dot{y} = \frac{\partial y}{\partial t} = \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^T \dot{x} \\ &= \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^T [f(x) + g(x)u] \\ &= \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^T f(x) + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^T g(x)u \\ &= L_f h + L_g h u\end{aligned}$$

Se puede establecer una relación entre la entrada y la salida si $L_g h \neq 0$). En el caso de que $L_g h = 0$, la relación debe derivarse más hasta que la entrada del sistema afecte directamente la salida del sistema. La cantidad de derivadas necesarias se llama el "grado relativo" y se representa como r . Basado en esta metodología, la relación entre la entrada y salida de un sistema MIMO se puede describir como:

$$\begin{pmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(r_m)} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{pmatrix}}_{b(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}}_{A(x)} \underbrace{\begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix}}_u$$

Básicamente, esto dice que si un sistema tiene una relación clara entre la entrada y la salida, podemos controlarlo de manera más directa. Si no es así (cuando $L_g h = 0$), debemos aplicar algunas derivadas adicionales para que la entrada afecte la salida. La cantidad de derivadas que necesitamos aplicar se llama "grado relativo" (r). En un sistema MIMO (múltiples entradas y múltiples salidas), esta relación ayuda a definir cómo se conectan las entradas y salidas.

Aquí, $A(x)$ representa una matriz que ayuda a separar las diferentes variables en el sistema, mientras que $b(x)$ es un vector que muestra las partes del sistema que no están directamente controladas. Luego, para abreviar, se presenta la relación de forma más compacta.

$$\begin{pmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(r_m)} \end{pmatrix} = b(x) + A(x)u$$

En el contexto del control de seguimiento de modelo de referencia, las variables controladas deben seguir una trayectoria de referencia deseada. El modelo de referencia para un sistema de orden r se define de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} y_c^{(1)} \\ \vdots \\ y_c^{(r_m)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & \dots & a_{r-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_c \\ \vdots \\ y_c^{(r_m-1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ a_0 \end{pmatrix} y_d$$

Con a_i elegido para imponer la respuesta de referencia deseada.

Debido a la linealización por retroalimentación, la dinámica de error entre la señal de referencia y la respuesta del vehículo se puede controlar utilizando un controlador lineal de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta y^{(1)} \\ \vdots \\ \Delta y^{(r_m)} \end{pmatrix} = -K \left(\begin{pmatrix} y_c \\ \vdots \\ y_c^{(r_m-1)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{y} \\ \vdots \\ \hat{y}^{(r_m-1)} \end{pmatrix} \right)$$

Donde y^{r-i} son los estados medidos y K es una matriz de ganancia de Hurwitz. Combinado con la ecuación de salida del sistema derivada, obtenemos la entrada de control requerida.

Una matriz de ganancia de Hurwitz es una matriz que garantiza que el sistema sea estable. Esto significa que, al usarla, el sistema no tendrá comportamientos incontrolados o inestables. En este contexto, se usa para ajustar el control y asegurar que la respuesta del sistema se mantenga dentro de los límites deseados.:

$$u = A^{-1}(x) \left(\begin{pmatrix} \dot{y}_c \\ \vdots \\ y_c^{(r_m)} \end{pmatrix} - K \left(\begin{pmatrix} y_c \\ \vdots \\ y_c^{(r_m-1)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{y} \\ \vdots \\ \hat{y}^{(r_m-1)} \end{pmatrix} \right) - b(x) \right)$$

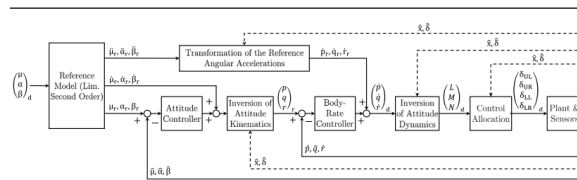
Se puede usar una versión en cascada del enfoque, donde un sistema externo genera las variables de referencia para un sistema interno. Esto permite evitar cálculos complicados y en su lugar usar relaciones conocidas de manera más eficiente. Aunque se use este enfoque en cascada, el comportamiento general del sistema no cambia. Ambos enfoques, en cascada y no en cascada, se aplican en el sistema de control de vuelo que se explica en la siguiente sección.

4. Modelo integrado no lineal siguiendo el diseño de control

Para el GHGV-2, se diseñó e integró un sistema de control de seguimiento de modelo no lineal. La estructura general del controlador establecido se muestra. La arquitectura utiliza un sistema de modelo de referencia de segundo orden (RM) para filtrar el vector de entrada de comandos $(\mu_d, \alpha_d, \beta_d)^T$ y dar forma al vector de señal de referencia deseado $(\mu_r, \alpha_r, \beta_r)^T$. Las señales de referencia generadas son los comandos filtrados y las correspondientes primera y segunda derivadas de la respuesta deseada del modelo. El RM puede incorporar más conocimiento sobre las limitaciones físicas del sistema y evita que los controladores generen comandos inviables. Estas limitaciones pueden originarse de los límites de carga estructural y térmica que el vehículo no debería exceder. Otras influencias que pueden considerarse dentro de las limitaciones del RM son que las capacidades de los actuadores de vehículos que operan en regímenes de alta velocidad pueden variar significativamente a lo largo del sobre de vuelo debido a factores externos, como la alta presión dinámica y las influencias térmicas que actúan sobre las aletas. Tales influencias pueden limitar la capacidad de actuación del vehículo y restringir las aceleraciones máximas alcanzables que pueden proporcionar las superficies de control.

El controlador necesita realizar dos tareas principales de control: seguimiento y regulación. La primera tarea es asumida por un enfoque de control de avance basado en modelos, que transforma las derivadas de orden superior calculadas de las señales de referencia en función de las cinemáticas y dinámicas conocidas del sistema. La segunda tarea es llevada a cabo por un sistema de control de inversión dinámica no lineal en cascada que maneja las incertidumbres y rechaza las perturbaciones externas.

El controlador en cascada corresponde a una arquitectura de controlador de dos bucles, con bucles en cascada externos (control de actitud) e internos (control de velocidades angulares). Esta arquitectura de control es particularmente fácil de ajustar cuando se puede asumir cierta separación de escala de tiempo entre los bucles (típicamente un factor de 5 entre los respectivos anchos de banda de estos bucles), aunque también es aplicable sin ella. En ese caso, el ajuste de los controladores generalmente influirá entre sí y, por lo tanto, necesitan ajustarse o al menos evaluarse juntos. El ancho de banda del bucle interno puede, en principio, aumentarse utilizando un controlador de bucle interno bastante agresivo (de alta ganancia). Esto se hace con frecuencia en misiles y sería indeseable para aviones grandes (a menudo debido a las cargas estructurales). Si tal ajuste es aceptable o incluso deseable para un vehículo como el GHGV-2 sigue siendo incierto en esta etapa del trabajo. Aparte de los efectos adversos con el acoplamiento potencial con modos flexibles, la robustez ante retrasos en el bucle de control y ante dinámicas no modeladas también puede volverse problemática con controladores de bucle interno de alta ganancia.



4.1 Diseño de control de retroalimentación en cascada no lineal

El enfoque de control de retroalimentación en cascada integrada se basa en la idea de sistemas de inversión dinámica no lineal separados en escalas de tiempo, presentado en, pero está adaptado para igualar la realización técnica del vehículo de deslizamiento hipersónico controlado.

La entrada de los controladores de bucle externo lineal es el vector de error de seguimiento dependiente del tiempo $(e_\mu, e_\alpha, e_\beta)^T = (\mu_r - \mu, \alpha_r - \alpha, \beta_r - \beta)^T$, que se calcula en función de las mediciones del estado y las órdenes de seguimiento obtenidas del RM.

Los controladores lineales implementados regulan la dinámica de error del sistema computando las derivadas de las dinámicas angulares necesarias para eliminar el error de control de actitud:

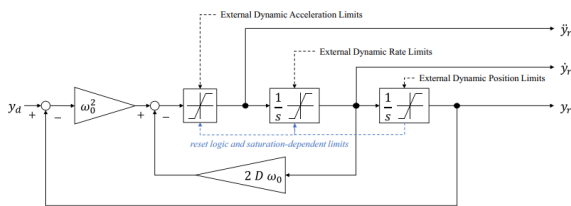
$$\Delta \dot{\mu} = KP \mu e_\mu + KI \int e_\mu dt$$

Las derivadas de primer orden requeridas de los ángulos aerodinámicos se obtienen combinando la salida del modelo de referencia $(\mu_r, \alpha_r, \beta_r)^T$ y el vector de control de retroalimentación generado $(\Delta \mu, \Delta \alpha, \Delta \beta)^T$.

La entrada de los controladores de bucle interno lineal es el vector de error de seguimiento dependiente del tiempo $(e_p, e_q, e_r)^T = (p_r - p, q_r - q, r_r - r)^T$, el cual se calcula en función de las mediciones del estado y de los comandos obtenidos de la etapa de inversión dinámica angular descrita en la Ecuación (26). Los controladores lineales implementados regulan la dinámica de error del sistema computando las aceleraciones angulares necesarias para eliminar el error en la tasa de control:

$$\Delta p' = KP p e_p + KI p \int e_p dt$$

El vector de aceleración rotacional deseado $(p_d', q_d', r_d')^T$ se obtiene sumando el comando del controlador de retroalimentación $(\Delta p', \Delta q', \Delta r')^T$ al comando de avance $(p_r', q_r', r_r')^T$ del filtro de mando (ver la Sección 4.2 para más detalles).



Este vector de aceleración rotacional se convierte al momento Q_d considerando la inercia del vehículo a través de la matriz I y el balance del momento angular.

4.2 Diseño de control de avance no lineal

El enfoque integrado de inversión dinámica no en cascada basado en el control de avance utiliza un modelo de referencia generalizado y el conocimiento de la dinámica del sistema. La Figura 9 ilustra una versión simplificada del RM de segundo orden que se aplica para filtrar las entradas de comandos y dar forma a las señales de referencia deseadas. Al utilizar límites de dinámica conocidos de antemano del vehículo, este modelo de referencia asegura que las señales de referencia enviadas al bucle de control de actitud puedan ser logradas, reduciendo la necesidad de protecciones adicionales, al menos en el caso libre de fallos.

Cuando no se aplican estos límites, los comandos entrantes del sistema de guía $(\mu_d, \alpha_d, \beta_d)^T$ son ajustados por funciones de transferencia de segundo orden que pueden describirse en la siguiente forma:

$$G_s(s) = \omega_0^2 / (s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2)$$

donde ω_0 representa la frecuencia natural y D la razón de amortiguamiento de las funciones de transferencia, las cuales pueden elegirse de manera que el comportamiento de respuesta del sistema deseado se imponga al vehículo. Además de los estados angulares deseados de referencia, los modelos de referencia también generan las primeras y segundas derivadas de la respuesta deseada. Estas señales proporcionan información de avance tanto al bucle interno como al externo, incrementando la capacidad de seguimiento del sistema.

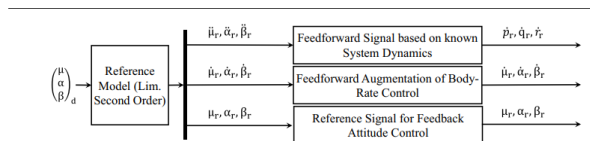
La Figura 10 muestra todas las señales generadas por el RM y cómo el sistema de control de seguimiento de modelo no lineal (NMFCS) las utiliza. La utilización adicional de las derivadas de primer y segundo orden de las señales de respuesta deseada permite una descomposición parcial de las tareas de seguimiento de comandos del sistema de retroalimentación y ayuda a reducir las ganancias de control, disminuyendo la posibilidad de oscilaciones con los controladores de alta ganancia.

Como se describe, el vector de derivadas de primer orden de las respuestas de referencia ajustadas $(\mu_r, \alpha_r, \beta_r)^T$ se envía para la inversión del bucle interno de las cinemáticas de actitud. Las derivadas de segundo orden de las respuestas de referencia ajustadas $(\dot{\mu}_r, \dot{\alpha}_r, \dot{\beta}_r)^T$ se utilizan para el avance mediante la relación cinemática conocida presentada en la Ecuación.

Siguiendo la metodología de Inversión Dinámica No Lineal (NDI) discutida anteriormente, esta relación dinámica necesita ajustarse para obtener la conexión final de entrada-salida que coincida con las derivadas de segundo orden de las señales de ángulo aerodinámico :

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_r \\ \dot{q}_r \\ \dot{r}_r \end{bmatrix} = T_1^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\mu}_r \\ \dot{\alpha}_r \\ \dot{\beta}_r \end{bmatrix} - T_1^{-1} T_2 \begin{bmatrix} \mu_r \\ \alpha_r \\ \beta_r \end{bmatrix}$$

Esto da lugar al vector de aceleración angular $(\ddot{p}_r, \ddot{q}_r, \ddot{r}_r)^T$, que se utiliza como una señal de comando de aceleración angular de avance y luego se fusiona con el vector de comando de aceleración angular del controlador en cascada de retroalimentación.



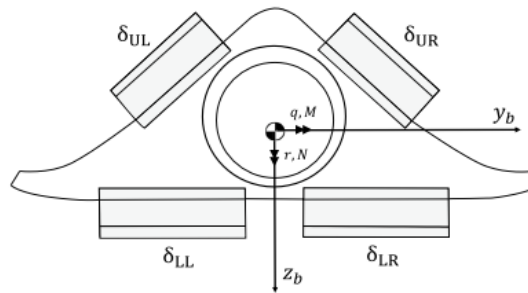
4.3 Diseño de asignación de control lineal para la fase de vuelo endoatmosférico

Se requiere la aplicación de algoritmos adecuados de asignación de control para el GHGV-2 sobre-actuado en los regímenes de vuelo exoatmosférico y endoatmosférico. Sin embargo, debido a la brevedad de este documento, solo se discutirá aquí el problema de asignación de control para la fase de vuelo endoatmosférico. Se muestra los efectores de control disponibles con las deflexiones conectadas de la aleta superior izquierda δ_{UL} , aleta superior derecha δ_{UR} , aleta inferior izquierda δ_{LL} , y aleta inferior derecha δ_{LR} para el caso descrito.

La matriz de efectividad de control B depende del punto de vuelo actual y se representa como:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \delta_{UL}} & \frac{\partial L}{\partial \delta_{UR}} & \frac{\partial L}{\partial \delta_{LL}} & \frac{\partial L}{\partial \delta_{LR}} \\ \frac{\partial \dot{M}}{\partial \delta_{UL}} & \frac{\partial \dot{M}}{\partial \delta_{UR}} & \frac{\partial \dot{M}}{\partial \delta_{LL}} & \frac{\partial \dot{M}}{\partial \delta_{LR}} \\ \frac{\partial \dot{N}}{\partial \delta_{UL}} & \frac{\partial \dot{N}}{\partial \delta_{UR}} & \frac{\partial \dot{N}}{\partial \delta_{LL}} & \frac{\partial \dot{N}}{\partial \delta_{LR}} \end{bmatrix}$$

B es de tamaño 3x4 y, por lo tanto, no puede ser invertida. La matriz de efectividad de control B depende del punto actual de vuelo y los estados. Para hacer frente a las dependencias durante la misión, la matriz B se vuelve a calcular continuamente utilizando un modelo de planta a bordo y mediciones de sensores, pero se asume que es constante para cada paso de tiempo.

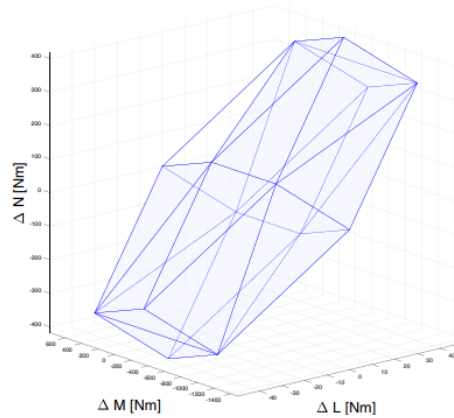


Para determinar la deflexión necesaria de la superficie de control δd para los actuadores, se debe encontrar una solución adecuada a la siguiente ecuación:

$$\vec{Q}_d = B\vec{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_{UL} \\ \delta_{UR} \\ \delta_{LL} \\ \delta_{LR} \end{bmatrix}$$

La Ecuación es un sistema de ecuaciones lineales subdeterminado con 3 ecuaciones y 4 incógnitas. En general, y aquí en particular, al omitir más restricciones como los límites de deflexión y los límites de velocidad, este tipo de problemas subdeterminados tienen un número infinito de soluciones. A menudo, se eligen preferencias entre el número infinito de soluciones, y el problema puede formularse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \arg \delta &\in RnminJ(\delta) \\ \text{sujeto a } Qd &= B\delta \end{aligned}$$



Con la función de costo J utilizada para expresar la preferencia del diseñador de control y nt , el número de efectores de control disponibles. En el caso más común, se prefiere minimizar la norma l2 (también conocida como norma de mínimo-cuadrado) de δ_i . Para este caso, se puede obtener una solución en forma cerrada basada en la pseudoinversa de Moore-Penrose B^+ de B :

$$\delta = B + Qd = BT(BBT) - 1Qd$$

La solución en forma cerrada de la Ecuación (35) no considera limitaciones en la solución de δd , como los límites de deflexión δ_{min} , δ_{max} y los límites de velocidad δ'_{min} , δ'_{max} de los actuadores. Existen soluciones iterativas al esquema de asignación de control lineal restringido descrito y son capaces de considerar límites de magnitud y de velocidad; ver, por ejemplo, [12, 33-35]. En general, el problema de asignación de control necesita considerarse como un problema de optimización de restricción ya que los límites de magnitud y de velocidad en cada control efectivo δr están presentes. Los límites a menudo se definen a nivel individual y de pares, lo que lleva a la siguiente formulación del conjunto de entrada factible Δ :

$$\Delta := \{\delta \in Rn | \forall i \in [1, nt]: \delta_{min,i} \leq \delta_i \leq \delta_{max,i}\}$$

Los límites de magnitud para cada efector se representan utilizando la función de saturación $V_i(\delta_i)$:

$$V_i(\delta_i) = \begin{cases} \delta_{max,i} & \text{si } \delta_i > \delta_{max,i} \\ \delta_{min,i} & \text{si } \delta_i < \delta_{min,i} \\ \delta_i & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Basado en el conjunto factible de entradas de control, se puede construir un dominio físico de control factible D como:

$$D := \{Qd \in Ro | Qd = B\delta y \delta \in \Delta\}$$

En el contexto del control de vuelo, este conjunto resultante D se conoce a menudo como el conjunto de momentos alcanzables (AMS, por sus siglas en inglés). Un ejemplo de un AMS para un vehículo de deslizamiento hipersónico con cuatro efectores de control (nt=4).

El problema de asignación de control resultante para el GHGV-2 se puede formular como el siguiente problema de optimización restringida:

$$\begin{aligned} \arg \delta \in \Delta \min \|\delta\| \\ \text{sujeto a } Qd = B\delta \\ \delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max} \\ \delta'_{\min} \leq \delta' \leq \delta'_{\max} \end{aligned}$$

Resolución y Formulación Alternativa

Cuando se utiliza la norma l2 (como en este trabajo), el problema se reescribe generalmente como un problema cuadrático restringido por desigualdades con la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} \vec{x}^T P \vec{x} + \vec{q}^T \vec{x}$$

$$\text{sujeto a } Ax \leq b$$

Para muchos solucionadores estándar, la forma cuadrática restringida por desigualdades se define como:

$$\arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} x^T P x + \vec{q}^T x$$

$$\text{sujeto a } Ax \leq b$$

donde muchos solucionadores estándar están disponibles. Al definir $x := \delta$ y al realizar algunas manipulaciones en la función de costo (con $p=2$) y de las restricciones de la Ecuación (40), las matrices P y A y los vectores q y b del problema cuadrático se pueden expresar con base en los términos. La deflexión actual del vector de control δ_{avr} y el tiempo de paso ΔT :

$$\begin{aligned} P &= (B^T W^T W B) \\ \vec{q} &= \left(-k \left(-2B^T W^T W \vec{Q}_d \right) \right) \end{aligned}$$

4.4 Diseño de anti-vuelco integral mediante pseudo-control de compensación

En las metodologías de control basadas en inversión dinámica no lineal (NDI), a menudo se asume que existe una separación de escala de tiempo entre los estados controlados y la dinámica de los actuadores, y que los actuadores pueden seguir las entradas de control de manera instantánea. En la realidad, esto no es

cierto, pero en la mayoría de los casos es una suposición suficiente y válida. Sin embargo, en presencia de características críticas de los actuadores, como límites de magnitud de los actuadores, límites de velocidad de los actuadores y dinámicas de entrada lineal, esta suposición podría causar problemas graves y efectos dinámicos no deseados. Este modelo solo considera límites físicos en el dominio de entrada de control; las dinámicas no modeladas y las perturbaciones externas aún podrían llevar a una degradación del rendimiento o incluso a la inestabilidad del lazo de control, lo cual podría haberse evitado al observar la reacción real del sistema y ajustar los comandos en consecuencia. Para superar estos problemas, los autores en la referencia [46] propusieron compensar los efectos de los actuadores no lineales, tales como limitaciones en la saturación de los actuadores y dinámicas de entrada lineal, en la señal de referencia del modelo. Este enfoque se llama Pseudo Control Hedging (PCH) y permite adaptar la señal de referencia en caso de comandos no alcanzables. Además, el PCH puede actuar como una técnica anti-vuelco para los controladores PI que se usan para calcular la entrada de control de los bucles interno y externo.

El principio básico simplificado del PCH se basa en la idea de que para un sistema de control afín con el grado relativo de uno, se tiene la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\delta$$

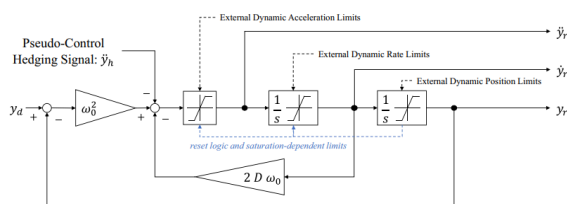
La ley de control basada en NDI puede entonces derivarse como:

$$\delta = g(x)^{-1}(v - f(x))$$

donde v se llama la entrada de control virtual que representa la señal deseada v_d generada por los controladores lineales de la forma $v = -K_e e$, siendo e el error de seguimiento. Debido a las características no moduladas del efector de control, la entrada de control real δ_{act} no es idéntica al desplazamiento de control comandado δ_r . Basado en la entrada de control real actual δ_{act} , la entrada de control virtual actual se puede estimar mediante:

$$\hat{v} = f(x) + g(x)\delta_{act}$$

La diferencia entre la entrada de control virtual estimada y la comandada se define como $v_h = v - \hat{v}$ y se llama señal de compensación, la cual puede usarse como una señal de ajuste que se retroalimenta al modelo de referencia para escalar (o compensar) la señal de entrada de control a un nivel que sea alcanzable para los actuadores.



Para el sistema considerado aquí, tomamos un modelo de referencia de segundo orden ligeramente modificado. La señal de aceleración de referencia a la salida del RM se calcula como:

$$\ddot{y}r = \omega_0^2(ye - yr) - 2D\omega_0\dot{y}r - y^{\wedge}h$$

donde $y^{\wedge}h$ es la señal de compensación calculada en dos pasos. En el primer paso, se utilizan los estados medidos o estimados de los actuadores para calcular la entrada de control virtual en acción:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = T^{-1} [B\delta_{act}] + \begin{bmatrix} \frac{L}{L_c} \\ \frac{M}{L_c} \\ \frac{N}{L_c} \\ \frac{I_x}{L_c} \end{bmatrix}$$

Posteriormente, la diferencia entre la entrada de control virtual estimada y la entrada de control virtual comandada se calcula como:

$$\nu_h = \begin{bmatrix} \dot{p}_h \\ \dot{q}_h \\ \dot{r}_h \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{p}_c \\ \dot{q}_c \\ \dot{r}_c \end{bmatrix}$$

Dado que el módulo RM no calcula directamente la aceleración angular en el marco fijo del cuerpo, la señal de compensación ν_h necesita transformarse para generar la señal de compensación de pseudo-control $(\mu, \alpha, \beta)_T$:

$$\hat{y}_h = T_1 \begin{bmatrix} \dot{\mu} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + T_2 \begin{bmatrix} \mu \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} + T_3 \begin{bmatrix} \delta\mu \\ \delta\alpha \\ \delta\beta \end{bmatrix}$$

La influencia beneficiosa del PCH para este propósito se ilustra en los resultados de evaluación presentados en la siguiente sección.

La Sección 4 proporciona una visión profunda y meticulosa del diseño de sistemas de control avanzados, específicamente en el contexto de vehículos hipersónicos como el GHGV-2. Este tipo de aeronaves, que operan en entornos extremadamente exigentes, requieren un enfoque de control altamente sofisticado que no solo mantenga la estabilidad, sino que también permita una maniobrabilidad precisa y segura en todo momento.

Uno de los aspectos más llamativos es la combinación de control de retroalimentación en cascada y control de avance no lineal. Este enfoque permite que el sistema maneje dinámicas complejas e incertidumbres propias de la operación a alta velocidad y en condiciones variables. La estructura en cascada, con bucles externos e internos, otorga una flexibilidad adicional, ya que permite realizar ajustes finos en el control de la actitud y las tasas del cuerpo por separado, proporcionando mayor estabilidad y control incluso en situaciones de alta presión dinámica y cargas térmicas.

El uso del Pseudo Control Hedging (PCH) en la Sección 4.4 es particularmente ingenioso. Este método no solo mitiga las limitaciones de los actuadores, sino que actúa como una “válvula de seguridad” para el

sistema. Al detectar cuándo una señal de control no puede realizarse debido a restricciones físicas del vehículo, el PCH ajusta la señal de referencia, evitando que el sistema intente realizar maniobras que podrían dañar la estructura o llevarlo a un estado de inestabilidad. Este tipo de solución es fundamental en sistemas hipersónicos, ya que las condiciones de operación pueden cambiar rápidamente, y cualquier margen de error podría poner en riesgo tanto la misión como la integridad de la nave.

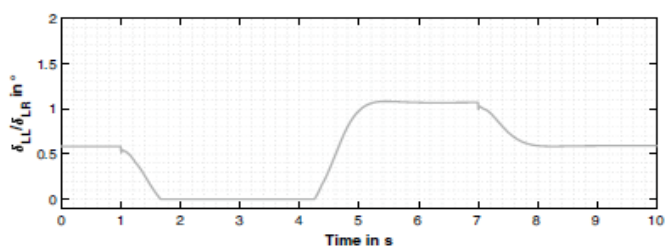
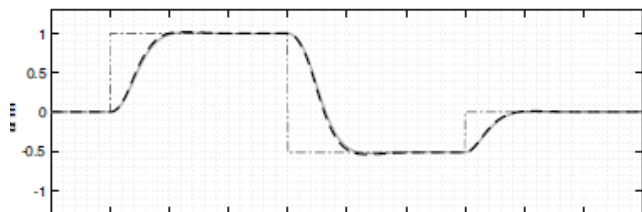
Además, el uso de modelos de referencia de segundo orden para filtrar las señales de comando refleja un compromiso claro con la seguridad y el rendimiento operativo. Al suavizar las señales de entrada, el sistema de control evita enviar órdenes que puedan estar fuera del alcance físico de los actuadores. Este enfoque preventivo es esencial en vuelos hipersónicos, donde cualquier orden fuera de los límites puede tener consecuencias catastróficas debido a las fuerzas extremas y las altas temperaturas que enfrentan las superficies de control.

En conjunto, la Sección 4 demuestra una comprensión avanzada de los desafíos únicos de la dinámica de vuelo hipersónico. No se trata solo de diseñar un sistema que “funcione” en teoría, sino de crear una solución adaptable y segura que tenga en cuenta las limitaciones reales del sistema. Esta integración de teoría avanzada y consideraciones prácticas muestra una visión madura del diseño de control. En mi opinión, este tipo de diseño debería ser el estándar en el desarrollo de tecnologías de vanguardia, ya que garantiza no solo el éxito de la misión, sino también la durabilidad y la seguridad del vehículo.

Este enfoque integral es lo que realmente define un diseño robusto para aplicaciones de alta exigencia como el GHGV-2. Es una sección que no solo aporta valor en términos técnicos, sino que también resalta la importancia de considerar cada aspecto del sistema en su contexto operativo, lo cual es esencial en el diseño de tecnologías avanzadas y de alto riesgo.

Resultados de la simulación.

La arquitectura de control no lineal propuesta (*non-linear model following control*, NMFC) para el vehículo hipersónico GHGV-2 fue evaluada en un marco de simulación no lineal. A continuación, se presenta la evaluación del sistema de control en lazo cerrado en varios casos:



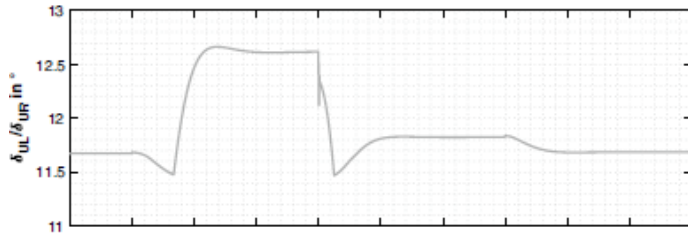
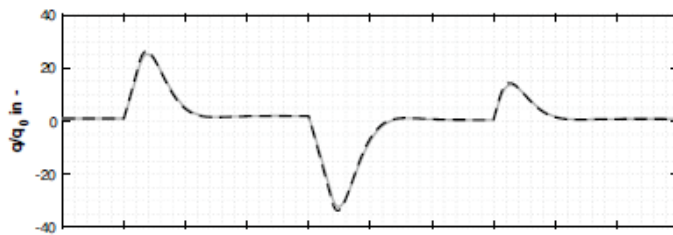


Fig.14: Resultados de la simulación para un doble comando de entrada en el caso de ninguna incertidumbre de modelo.



Mostrando series de tiempo, ángulo de ataque, ángulo de cabeceo normalizado y deflexiones de aleta en porcentaje.

- Rendimiento de control del sistema cerrado nominal.
- Rendimiento de control del sistema de bucle cerrado en la presencia de los daños en las superficies de control y saturación de entradas.
- Rendimiento de control del sistema de bucle cerrado en la presencia de incertidumbre estático paramétrico de la planta.

Para la evaluación empírica presentada del sistema NMFC, un modelo de vuelo dinámico de alta fidelidad en un ambiente de MATLAB/Simulink. El modelo fue desarrollado específicamente para el diseño de control de vehículos de vuelo hipersónico. Los actuadores modelados de las aletas de control son considerados como sistemas de orden de segundo grado con límites en la magnitud y razón. Dentro de los análisis, las dinámicas del sistema del GHGV-2 fueron ajustados alrededor de un punto de operación por los parámetros mostrados en la tabla 1.

5.1 Desempeño del control en presencia de daños en las superficies de control y saturación de entradas de control

La Figura 14 presenta los resultados de la evaluación del sistema nominal en lazo cerrado para un caso de simulación con una tarea de seguimiento del ángulo de ataque. En el caso de análisis considerado, el

desempeño de seguimiento en el canal de cabeceo (pitch) se evalúa proporcionando un comando en forma de doblete en el canal α -d con una magnitud de 1° . El comando de referencia de doblete en bruto en α -d se muestra en negro con líneas de puntos y rayas, el comando de referencia filtrado se muestra en negro punteado y la respuesta del vehículo se muestra en línea gris continua.

Se puede observar que el controlador propuesto sigue la señal de referencia en el canal del ángulo de ataque con las características de respuesta deseadas definidas en el modelo de referencia (RM). Dado que no se ordena directamente una tasa de cabeceo en bruto q , la señal de referencia modelada de la tasa de cabeceo normalizada se calcula utilizando el comando α' - del RM. Para compararlo con una tasa de cabeceo en el eje del cuerpo, la señal se transforma usando la relación presentada en la Ecuación 26.

La respuesta en lazo cerrado de la tasa de cabeceo normalizada del vehículo sigue bien la tasa de cabeceo deseada y muestra características de amortiguamiento beneficiosas de los controladores del lazo interno. Dado que, en la maniobra de cabeceo considerada, μ y β están configurados a cero, la maniobra es simétrica.

Este hecho conduce a deflexiones simétricas en los alerones inferiores (δLL y δLR) y superiores (δUL y δUR), lo cual puede observarse en las series temporales mostradas. La metodología de asignación de control, presentada en la Sección 4.3, maneja el caso simple de control de cabeceo.

Desde un punto de vista de dinámica de vuelo, se asumiría que únicamente las superficies superiores, δUL y δUR , serían necesarias para un comando positivo de α y las superficies inferiores, δLL y δLR , para un comando negativo de α . Dado que los alerones en ambos lados no pueden alcanzar ángulos de deflexión negativos, están limitados en la forma en que contribuyen al equilibrio de momentos del vehículo.

Sin embargo, es interesante ver que en el caso considerado para un cambio positivo de momento requerido ΔM , necesario para obtener un $\Delta\alpha$ positivo, la asignación de control (CA) primero disminuye las deflexiones de los alerones inferiores. Esto tiene sentido y también es deseable desde una perspectiva de conservación de energía, ya que este comportamiento minimiza la resistencia creada por las deflexiones de las superficies de control. Una vez que los alerones inferiores alcanzan los límites de magnitud mínima, el sistema de CA utiliza los alerones superiores para mantener el δd deseado. También se puede observar el comportamiento opuesto con un requisito de $\Delta\delta$ negativo.

Este comportamiento del CA especificado muestra que está bien acondicionado y es capaz de manejar el sistema sobreactuado de manera adecuada.

En un paso adicional, se evaluó el NMFC propuesto con respecto al desempeño de control lateral-direccional. La Figura 15 presenta los resultados de la evaluación para la tarea de seguimiento de la inclinación aerodinámica y del ángulo de deslizamiento lateral del modelo de sistema nominal. El caso de análisis dado evalúa el desempeño de seguimiento en los canales lateral y direccional proporcionando dos comandos de doblete consecutivos en los canales δd y βd , siendo el δd de una magnitud máxima de 40° y el βd de una magnitud máxima de 1° . Nuevamente, ambos comandos de referencia de doblete en bruto en los canales δd y βd se presentan en negro con líneas de puntos y rayas, los comandos de referencia

filtrados se muestran en negro punteado, y la respuesta del vehículo se muestra como una línea gris continua.

Se puede observar que el controlador propuesto también es capaz de seguir eficazmente las señales de referencia dadas de δd y βd en línea con las características de respuesta deseadas. Es notable que la estructura NMFC, debido al uso de conocimiento cinemático, puede desacoplar la dinámica lateral-direccional del sistema y controlar ambos canales por separado.

En la maniobra lateral-direccional considerada, δ se mantiene en el valor de equilibrio de 0° . Por lo tanto, las deflexiones predeterminadas de las superficies son idénticas a la deflexión de equilibrio observada en el caso previo de control de cabeceo nominal.

Para la primera maniobra de alabeo considerada, el sistema de CA se ve obligado a generar un ΔL positivo, que se supone se obtiene principalmente mediante deflexiones positivas de la superficie superior derecha δUR y de la superficie inferior izquierda δLL o una disminución de las deflexiones de la superficie superior izquierda δUL y de la superficie inferior derecha δLR . Las series temporales muestran que la metodología de CA integrada utilizó ambas opciones simultáneamente. También es evidente que las superficies de control del sistema son altamente efectivas alrededor del eje de alabeo y pueden seguir maniobras de alabeo comparativamente grandes con mínimas deflexiones.

Esta observación puede explicarse en parte por la alta presión dinámica alcanzable en un punto de operación con un número de Mach de 12.5. Sin embargo, esto cambia para la segunda maniobra comandada, en la que el controlador recibe un comando de ángulo de deslizamiento lateral. Es notable que el ángulo más pequeño del comando de deslizamiento lateral requiere deflexiones de superficie mucho mayores. Este fenómeno de efecto opuesto podría tener dos razones.

Primero, el sistema no está diseñado para operar con altos ángulos de deslizamiento lateral y, por lo tanto, la efectividad de control es, por diseño, significativamente menor en comparación con la efectividad de control alrededor del eje de alabeo.

Segundo, el sistema tiene un fuerte acoplamiento de guiñada-alabeo, que debe ser compensado. Este efecto además podría llevar a deflexiones considerables de todos los alerones. No obstante, para el caso presentado, se puede afirmar que el sistema de CA también está bien adaptado para manejar el sistema sobreactuado de manera adecuada para los comandos de alabeo y deslizamiento lateral.

5.2 Desempeño del control en presencia de daños en las superficies de control y saturación de las entradas de control

Esta sección presenta los resultados obtenidos en una investigación sobre las influencias de los daños en las superficies de control y la saturación de las entradas de control en la dinámica de cabeceo en lazo cerrado.

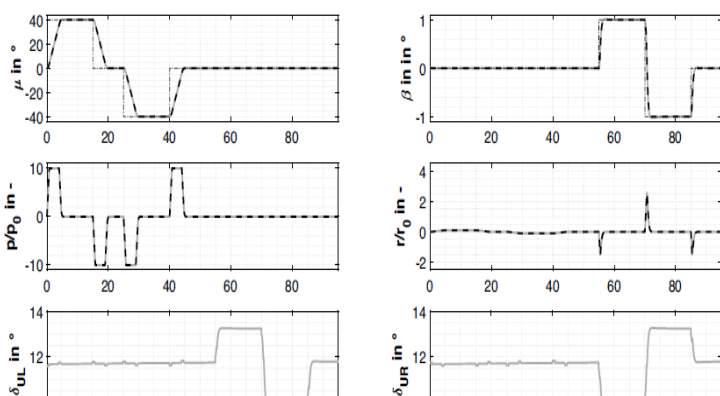


Fig.15 Resultados de simulación para dos comandos consecutivos de doblete en μd y βd en un caso de análisis sin incertidumbres en el modelo. Series temporales mostradas: ángulo de balanceo de la trayectoria de vuelo (μ), ángulo de deslizamiento lateral (β), tasa de alabeo normalizada, tasa de guiñada normalizada y deflexiones de los alerones en %. Negro con línea de puntos: comando de referencia en bruto, negro con línea discontinua: señal de referencia modelada, gris: respuesta del vehículo.

En particular, el examen tiene como objetivo evaluar el esquema anti-windup basado en PCH propuesto y sus beneficios para operaciones de vuelo seguras en presencia de una reducción desconocida de efectividad de control y restricciones de magnitud en los actuadores. El caso de análisis dado evalúa el rendimiento de seguimiento en el canal de cabeceo proporcionando dos comandos consecutivos de doblete en α -d, cada uno con una magnitud de $\pm 1^\circ$. Para evaluar los efectos de daños en las superficies de control durante una operación potencial, la efectividad de control de todos los efectores de control se reduce en un 50%. Esto imita los efectos potenciales de una pérdida de área de superficie, que tiene influencias lineales en un sistema puramente afín al control. La reducción significativa de la efectividad de las superficies de control también tiene el efecto de forzar a los actuadores a entrar en saturación para un comando de maniobra en un estado de vuelo donde normalmente no ocurriría saturación.

En el análisis presentado, se comparan tres configuraciones de control diferentes. Primero, se utiliza el NMFC sin ninguna técnica anti-windup implementada para comprender mejor los problemas relacionados con el windup del integrador. En segundo lugar, una versión modificada de una técnica anti-windup simple llamada "clamping" asegura que el controlador integral no continúe integrando el error de seguimiento una vez que los actuadores están saturados versión más común de la metodología de clamping, el error de desajuste del actuador entre el estado comandado y el estado real del actuador se usa directamente para activar el reinicio del integrador. Sin embargo, en la versión presentada aquí, se usa la diferencia de control virtual de la Ecuación (51). La razón de esto es que el sistema de CA implementado ya considera los límites del actuador, por lo que solo propagaría comandos factibles a los actuadores. Esto resultaría en una solución anti-windup que no funcionaría, ya que el error de desajuste del actuador generalmente sería cero, y el integrador siempre continuaría integrando.

Finalmente, la segunda metodología anti-windup considerada es el enfoque PCH presentado en la Sección 4.4. La Figura 16 muestra los resultados del caso de examen descrito. Los dos comandos de referencia de doblete en bruto en el canal αd se presentan en negro con línea de puntos y rayas, y los comandos de referencia filtrados del RM se muestran en negro punteado. La respuesta del vehículo para el sistema sin ningún sistema anti-windup se muestra como una línea negra continua, y el sistema con un esquema de clamping implementado se presenta como una línea roja discontinua y el NMFC con PCH se muestra como una línea azul sólida. Para todos los casos observados de sistemas de ciclo cerrado, se puede ver que el vehículo se lleva a una saturación para todos los actuadores después de 0.5s. La razón detrás de esto es que en el comando de momento deseado esta por fuera del AMS, y debido a que el sistema no es capaz de generar el cambio en el momento de cabeceo positivo ΔM al ya sea, incrementar aún más las deflexiones superiores del flap, o reducir las deflexiones inferiores del flap.

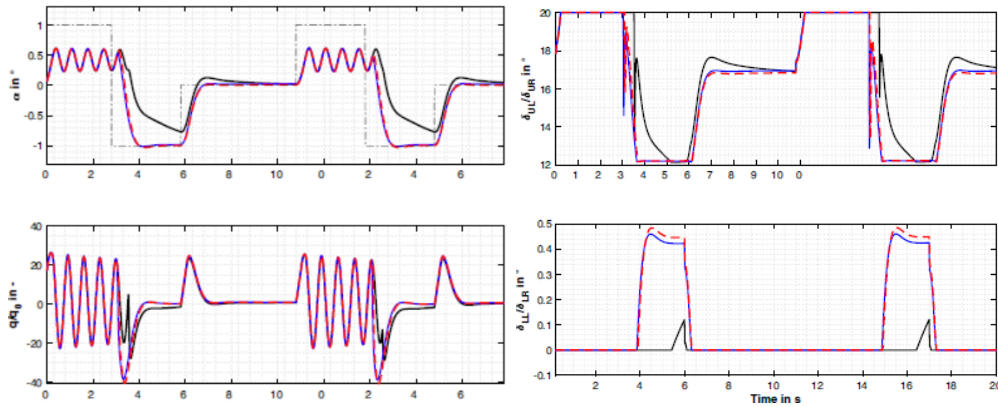


Fig. 16: Entradas en αd en presencia de daños en las superficies de control y saturación de las entradas de control. Series temporales mostradas: ángulo de ataque, tasa de cabeceo normalizada y deflexiones de los alerones en $\%$. Negro con línea de puntos: comando de referencia en bruto, negro sólido: respuesta del vehículo para NMFC sin sistema anti-windup, rojo discontinuo: respuesta del vehículo para NMFC con enfoque anti-windup basado en *clamping*, azul sólido: respuesta del vehículo para NMFC con enfoque anti-windup basado en PCH.

Debido a la falta de momentos generados, las dinámicas de cabeceo están infra amortiguadas una vez que todos los actuadores están en saturación en relación con el estado de vuelo referido, lo que explica las oscilaciones visibles.

El NFMC, sin ningún método anti-windup, muestra un desempeño de seguimiento inaceptable. El controlador tarda comparativamente más en recuperarse una vez que se supera el estado de saturación en la maniobra descendente. Se puede asumir que los integradores continúan integrando mientras los actuadores están en saturación. El problema ilustrado puede resolverse mediante la metodología de *clamping* previamente descrita, en la cual se fuerza al integrador a detener la integración una vez que los actuadores están en saturación. La respuesta del sistema con *clamping* de integrador es, al principio, similar a la del sistema sin ningún mecanismo anti-windup. Sin embargo, el sistema logra recuperarse más rápido y seguir la trayectoria una vez que los actuadores ya no están saturados.

El enfoque anti-windup basado en PCH proporciona resultados similares al sistema con *clamping*, previniendo un windup del integrador. Es interesante observar que los tres sistemas pueden seguir correctamente los comandos de referencia descendentes y de neutralización, siempre que sea físicamente posible y que no haya windup en el integrador. Esto demuestra que los integradores son capaces de manejar discrepancias significativas entre la efectividad de control supuesta y la real de las entradas de control.

Con base en los resultados obtenidos, ambas metodologías anti-windup examinadas son adecuadas. Sin embargo, el PCH también ofrece beneficios adicionales, los cuales se proyecta que respalden futuros avances en los esfuerzos de investigación en curso. El PCH puede ayudar significativamente a minimizar

efectos no deseados en la fase transitoria, como aquellos derivados de dinámicas no modeladas o no consideradas de actuadores no lineales, y podría además allanar el camino hacia futuros desarrollos en el uso de sistemas de control adaptativo en el lazo interno.

5.3 Desempeño del control en presencia de incertidumbres paramétricas estáticas

En el siguiente caso de análisis, se examina la robustez del NMFC propuesto frente a incertidumbres paramétricas multiplicativas estáticas. Debido a la brevedad de este documento, solo se analiza el desempeño de control en la dinámica de cabeceo en lazo cerrado. Esto no debería afectar la validez general de las investigaciones. Otros análisis de los autores han demostrado que una evaluación de robustez similar para las dinámicas laterales y direccionales llevaría a conclusiones similares en cuanto a la robustez general frente a incertidumbres paramétricas del sistema de control considerado.

En el caso de examen presentado, el modelo establecido se modificó de manera que se aplicaron desviaciones estáticas de parámetros para el coeficiente de momento aerodinámico $C_{m,0}$, el coeficiente de fuerza aerodinámica en el eje z $C_{z,0}$, la distancia entre el centro de presión y el centro de gravedad Δx_{cp-cg} , el momento de inercia I_{yy} , y la masa m se pueden considerar. También se han revisado las desviaciones estáticas paramétricas para los flaps. Debido a la naturaleza simétrica de lo que se discute en el caso de análisis presentado, las incertidumbres de los flaps inferiores y superiores se han combinado como el parametro de incertidumbre $C_{m,u}$ y $C_{m,L}$. Una función de densidad Gaussiana (PDF) en la forma de la ecuación 54 fue asumida para la distribución de incertidumbre en los parámetros seleccionados.

Para cada parámetro incierto definido $C_{i,j}$, se estableció una máxima dispersión de incertidumbre $K_{i,j}$ alrededor del valor nominal $C_{i,j}$. Como muestra la Ecuación 54, el factor de distribución de incertidumbre $\Delta C_{i,j}$ se define de modo que la desviación máxima del parámetro generalmente esté dentro de un rango de ± 3 desviaciones estándar alrededor de $C_{i,j,nom}$. Con respecto a los resultados de la evaluación de robustez del controlador presentados aquí, se calculó un nuevo valor de muestra para cada parámetro incierto $C_{i,j}$ en cada ejecución de simulación.

$$C_{i,j} = \Delta C_{i,j}(\kappa_{i,j}) \cdot C_{i,j,nom} \quad (53)$$

$$\Delta C_{i,j}(\kappa_{i,j}) \sim \mathcal{N}(1, (\kappa_{i,j} / 3)^2) \quad (54)$$

La Tabla 2 presenta los parámetros inciertos seleccionados y las dispersiones de incertidumbre definidas para la evaluación de robustez del controlador propuesto. Se realizó una simulación de Monte Carlo con un tamaño de muestra de 1000 ejecuciones de simulación para el análisis.

Diferente a los casos de simulación anteriores, el vehículo se ajustó con un ángulo de ataque de -3° y recibió una trayectoria de referencia mixta que lo condujo al valor de referencia final de -5° . La Figura 17

muestra los resultados obtenidos en el caso de análisis con las incertidumbres paramétricas multiplicativas consideradas. La respuesta del vehículo en lazo cerrado en presencia de incertidumbres se muestra en líneas grises; el comando de referencia filtrado se presenta en línea negra discontinua, y la respuesta para el sistema en el caso nominal se muestra en una línea roja. A pesar de la variabilidad significativa de las respuestas, el sistema en lazo cerrado demuestra la capacidad de estabilizar robustamente la dinámica del vehículo y seguir la señal de referencia dada en presencia de las discrepancias de modelo definidas.

Esto se debe principalmente a las propiedades beneficiosas de los controladores integrales utilizados. Los autores suponen que, gracias a estos controladores integrales, el sistema propuesto puede seguir cualquier señal de referencia constante dada con un error en estado estacionario siempre que los momentos requeridos se encuentren dentro del conjunto alcanzable de momentos (AMS). Para señales de referencia que cambian en el tiempo, la convergencia del estado del vehículo hacia la referencia requerida sería más compleja y dependería de un conjunto de factores, tales como ganancias suficientemente altas de los controladores integrales y la pendiente de cambio de la señal de referencia comandada.

Table 2 Chosen uncertainty parameter properties of the conducted robustness analysis of the proposed control architecture

Multiplicative Gaussian uncertainties	
Uncertain parameter	Uncertain spread ($\pm 3\sigma$)
$C_{m,0}$	20 %
$C_{z,0}$	20 %
Δx_{cp-cg}	10 %
m	10 %
I_{yy}	10 %
C_{m,δ_U}	40 %
C_{m,δ_ξ}	40 %

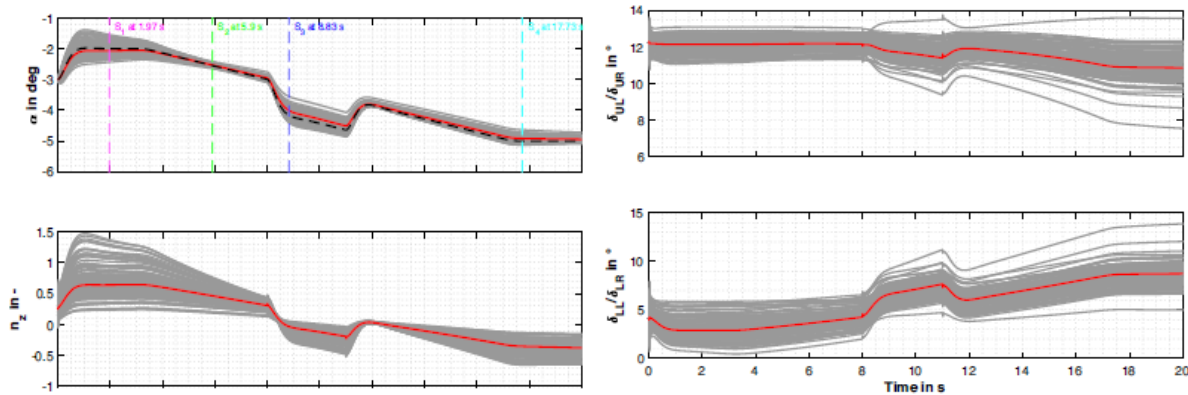


Fig.17: Resultados de la simulación para una entrada de comando en un α_d en la presencia de incertidumbres de un modelo estático. Mostrando series de tiempo: ángulo de ataque α , factor de carga en dirección z, razón de cabeceo normalizado y de las deflexiones de la aleta en %. Línea discontinua negra: Comando de referencia, Negra continua: Respuesta de ciclo cerrado del vehículo sin control integral, gris: Respuesta de ciclo cerrado del vehículo con control integral

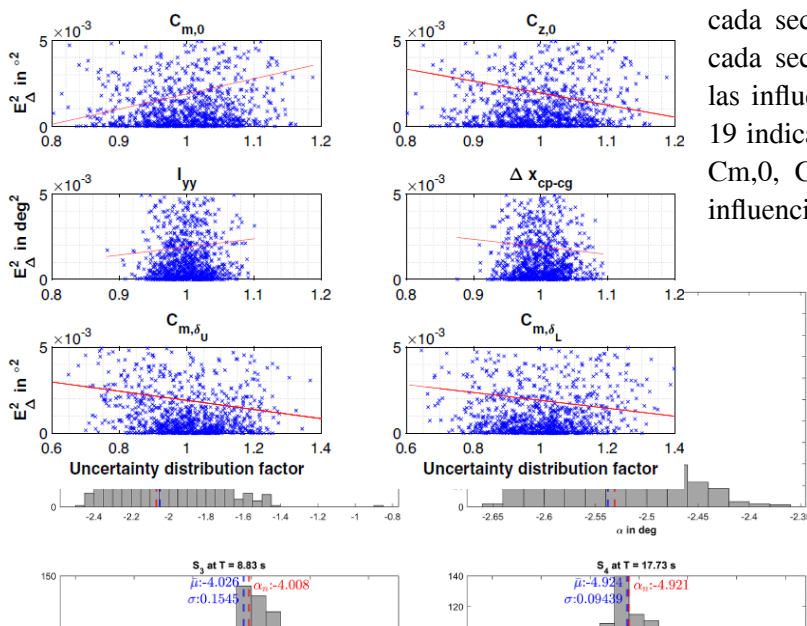
La Figura 17 también indica cuánto varía el factor de carga n_z en presencia de incertidumbres. El valor nominal en el instante $T=1s$ debería estar alrededor de 0.7, pero en ciertos casos hasta 4 en la presencia de incertidumbres definidas.

Esto podría tener implicaciones serias para la misión, ya que los mayores factores de carga en la dirección z podrían generar importantes imprecisiones con respecto a las maniobras de traslación previstas. Los autores están actualmente investigando las implicaciones de las incertidumbres del modelo en la misión en general y planean compartir los hallazgos en trabajos futuros.

Para comprender mejor los resultados presentados del análisis de Monte Carlo, el conjunto de series temporales obtenidas fue analizado más a fondo en cuatro secciones de tiempo diferentes: S_1 en $T = 1.97$, S_2 en $T = 5.9$, S_3 en $T = 8.83$, y S_4 en $T = 17.73$. Los resultados se pueden ver en la Fig. 18, donde el valor medio de la distribución está definido como $\bar{\mu}$ y el valor nominal de respuesta para cada sección de tiempo está definido como a_n . A pesar de que solo se han asumido funciones de densidad de probabilidad (PDF) gaussianas para cada parámetro, las respuestas de la planta incierta muestran, para cada sección de tiempo, una PDF diferente.

Esto implica que, para diferentes pasos de tiempo en la maniobra general, las incertidumbres de los parámetros dominan de manera diferente en la dinámica global. También es de interés para los lectores observar la tendencia de convergencia entre el valor medio de la distribución y la respuesta del sistema nominal. En la fase transitoria, hacia un valor de referencia cambiado, ambos valores difieren debido a la dominancia de los desajustes del modelo. Sin embargo, los controladores integrales pueden reunir ambos valores si se les da tiempo suficiente. Esto se puede observar en la última sección de tiempo analizada en $T = 17.73$. Para entender mejor los cambios en las distribuciones, se han analizado las influencias de las incertidumbres en las diferentes secciones de tiempo. En las Figs. 19 y 20, el error cuadrado E^2 entre la respuesta nominal del ángulo de ataque α_n y las respuestas inciertas del ángulo de ataque de la planta para cada muestra se representan en función de las incertidumbres definidas en cada muestra. Además, para cada parámetro, el ajuste lineal se da como una línea roja para obtener una comprensión cualitativa de las influencias de las incertidumbres en el error cuadrado E^2 .

Dado que se consideran diferentes maniobras en cada sección de tiempo, solo es posible examinar cada sección de tiempo por separado y comparar las influencias de los parámetros entre sí. La Fig. 19 indica que las incertidumbres en los parámetros $C_{m,0}$, $C_{z,0}$, Δx_{cp-cg} y $C_{m,8}$ tienen una mayor influencia sobre E^2 que los demás, debido a sus pendientes más pronunciadas del ajuste lineal. Es evidente físicamente que las incertidumbres en $C_{m,0}$ influyen en E^2 . Además, las influencias de los otros



parámetros se pueden explicar con base en la física de vuelo. Esto puede compararse con la Fig. 18.

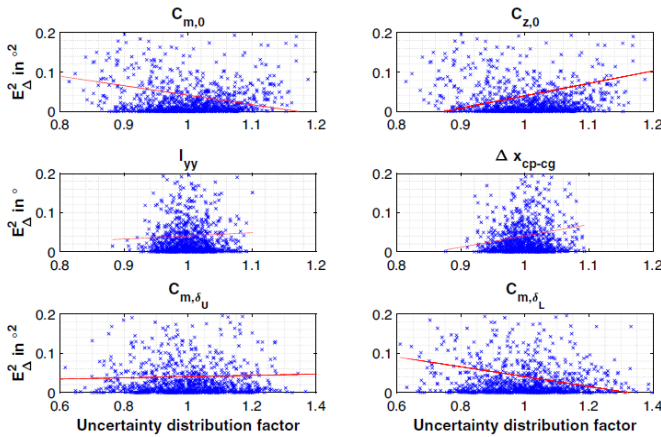


Fig.20: Resultados de la simulación para E^2_{Δ} , cada simulación esta creada sobre el esparcimiento de la incertidumbre de cada parametro desconocido en $S3=T=8.83$

Fig. 21 Resultados de la simulación para el error cuadrático medio entre el valor nominal y la respuesta observada en bucle cerrado de cada muestra de simulación, representado en función de la propagación de incertidumbre de cada parámetro incierto definido.

En la figura 18, las mayores distribuciones de respuesta se pueden identificar para n_z y los flaps inferiores $C_{m,\delta,L}$ y $C_{m,\delta,R}$. Las mayores influencias de los alerones inferiores pueden explicarse por el hecho de que tienen una mayor efectividad de control en el estado de vuelo considerado con la maniobra ascendente correspondiente. Por lo tanto, un movimiento en ellos contribuye de manera más beneficiosa al equilibrio del momento. La pendiente negativa del ajuste lineal para los alerones con el aumento del factor de propagación de incertidumbre puede explicarse por la mayor influencia en la cancelación del error del controlador. Debido a esto, los integradores no necesitan integrar durante tanto tiempo para reducir el error de seguimiento; por lo tanto, un factor de incertidumbre > 1 para los alerones inferiores es beneficioso. Los signos de la pendiente para $C_{z,0}$ y Δx_{cp-cg} deben ser similares, ya que ambos contribuyen de la misma manera al equilibrio del momento a través del producto cruzado.

La Figura 20 muestra los resultados para S en $T = 8.83$. Los gráficos indican que nuevamente $C_{m,0}$, $C_{z,0}$, Δx_{cp-cg} y $C_{m,8}$ tienen mayores influencias en E^2 . Además, ahora $C_{m,8}$ tiene una influencia similar en E^2 que $C_{m,8}$. El signo de las pendientes ha cambiado para todos los ajustes lineales, excepto para el de los

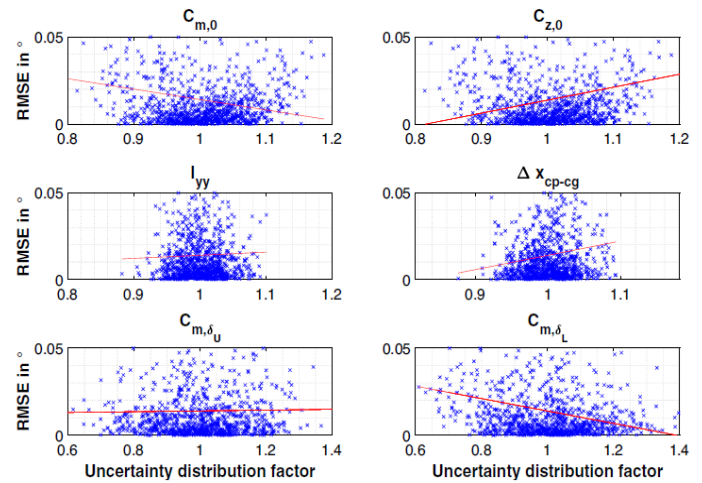


Fig.18 Histogramas del análisis referido de Monte Carlo para las secciones de tiempo S1, S2, S3 y S4

Fig.19: Resultados de la simulación para E^2_{Δ} , cada simulación esta creada sobre el esparcimiento de la incertidumbre de cada parametro desconocido en $S1=T=1.97$

aleros inferiores. Esto tiene sentido para los parámetros $C_{m,0}$, $C_{z,0}$ y Δx_{cp-cg} , ya que su contribución se mantiene igual, por lo que sus influencias en E^2 cambian con respecto a la maniobra descendente.

Dado que es difícil comparar las influencias de las incertidumbres en las diferentes secciones de tiempo, se decidió también analizar el error cuadrático medio entre el valor nominal y la respuesta observada en bucle cerrado de cada muestra de simulación a lo largo de toda la serie temporal. Los resultados se pueden ver en la Figura 21. Los parámetros que se han identificado previamente siguen siendo dominantes, lo que muestra que sería de interés abordar las influencias de las incertidumbres en el diseño del control de vuelo. Esto podría hacerse, por ejemplo, utilizando una estrategia de control incremental, como se presenta en [15]. Sin embargo, esto solo permitiría sustituir el conocimiento faltante del modelo de $C_{m,0}$, $C_{z,0}$ y Δx_{cp-cg} con información de sensores o estimaciones. No se abordarían las influencias de $C_{m,8}$. Otra opción sería utilizar una metodología de control adaptativo, como se presenta en [51], para asegurar una adaptación en línea respecto a los posibles desajustes. Finalmente, también sería posible usar un enfoque de control robusto basado en H^∞ , como se presenta en [52], para asegurar que no se vea comprometido un rendimiento particular en el peor de los casos.

La sección 5 del estudio evalúa el desempeño de la arquitectura de control no lineal basada en el seguimiento de modelo (NMFC) en un vehículo hipersónico GHGV-2, explorando distintos escenarios de simulación que reflejan situaciones operativas críticas:

1. **Desempeño nominal en lazo cerrado:** En condiciones nominales, el sistema de control se evaluó en una maniobra de cabeceo, aplicando un comando de referencia en forma de doblete para observar la capacidad del controlador de seguir la trayectoria deseada. El NMFC demostró una respuesta estable y amortiguada, y la metodología de asignación de control distribuyó de manera eficiente las deflexiones en las superficies de control superiores e inferiores. Este control simétrico minimiza la resistencia aerodinámica durante la maniobra, optimizando la eficiencia en el vuelo.
2. **Desempeño con daños en superficies de control y saturación de entradas:** Este caso simula un escenario en el que las superficies de control pierden un 50% de su efectividad, imitando posibles daños estructurales, lo que provoca que los actuadores alcancen un estado de saturación antes de lo previsto en maniobras habituales. Se implementaron dos técnicas anti-windup: el enfoque de “clamping” y el sistema basado en pseudo-control hedging (PCH). Los resultados mostraron que ambos métodos permitieron que el controlador mantuviera la estabilidad y evitara el windup del integrador. Sin embargo, el sistema PCH destacó al manejar de manera más efectiva la fase transitoria, reduciendo efectos no deseados como oscilaciones de respuesta debido a la saturación.
3. **Robustez ante incertidumbres paramétricas estáticas:** Se realizó una simulación de Monte Carlo con 1000 ejecuciones para evaluar la robustez del sistema ante variaciones en parámetros clave, como coeficientes aerodinámicos, la masa y el momento de inercia. En cada ejecución, los parámetros del modelo se desviaron de sus valores nominales, probando la capacidad del NMFC para seguir la señal de referencia bajo incertidumbres significativas. A pesar de la dispersión en las respuestas, el sistema en lazo cerrado mantuvo la estabilidad y logró seguir la referencia,

principalmente debido a los beneficios de los controladores integrales que permiten compensar discrepancias en los parámetros del modelo.

Lo que termina enseñando lo robusto que llega a ser del modelo NMFC para predecir comportamiento de una aeronave hipersónica usando un sistema como MATLAB/Simulink y usando parámetros adecuados para representar adecuadamente lo que sucede en una aeronave.

La sección de simulación de este estudio proporciona una visión clara sobre la efectividad de la arquitectura de control NMFC en aplicaciones hipersónicas, un campo en el que las condiciones de vuelo extremas y las variaciones impredecibles de los parámetros son desafíos constantes. La capacidad del NMFC para manejar daños en las superficies de control y la saturación de entradas demuestra su potencial para mantener el control y la estabilidad en situaciones en las que el rendimiento del sistema de control es crítico. La integración de estrategias anti-windup, en particular el enfoque PCH, destaca como una mejora significativa, especialmente al gestionar fases transitorias complejas y minimizar la ocurrencia de efectos negativos cuando los actuadores alcanzan sus límites.

Este tipo de análisis es de gran relevancia para el desarrollo de vehículos hipersónicos y misiones aeroespaciales de alto riesgo, donde la robustez del sistema de control puede tener un impacto directo en el éxito o fracaso de la operación. La posibilidad de que el sistema NMFC mantenga la estabilidad incluso con incertidumbres paramétricas indica una gran fiabilidad, lo cual es esencial en aplicaciones donde la capacidad de respuesta y la precisión son fundamentales. En conjunto, estos resultados resaltan la importancia de implementar sistemas de control avanzados que no solo optimicen la trayectoria, sino que también aseguren la operatividad y seguridad de los vehículos bajo una amplia gama de condiciones operativas y ambientales.

Conclusiones y trabajo a futuro

El estudio del Centro Aeroespacial Alemán (DLR) sobre vehículos de planeo hipersónico (HGV) nos muestra su capacidad para su uso de forma militar y civil, debido a su capacidad de operar en entornos de vuelo amplios y complejos. Se basaron al usar el modelo genérico GHGV-2, este representa un desafío significativo en términos de control debido a la dinámica compleja y la alta sobreactuación de sus superficies de control. La investigación presenta una arquitectura de control no lineal integrada, basada en el concepto de inversión dinámica no lineal (NDI) y el control de seguimiento de modelo no lineal (NMFC). Este enfoque está diseñado para ofrecer un control robusto y preciso, capaz de responder a variaciones en la dinámica del sistema y a incertidumbres en los parámetros de operación.

A través de simulaciones de fluidos en MATLAB/Simulink con los parámetros de control debidamente establecidos y usando el modelo NMFC, el esquema de control propuesto fue evaluado tanto en condiciones ideales como en presencia de incertidumbres paramétricas. Los resultados demostraron que la arquitectura NMFC no solo permite estabilizar efectivamente el vehículo en vuelo, sino que también es capaz de seguir los comandos de referencia bajo condiciones extremas, incluso en escenarios con daños o limitaciones en los actuadores a través de simulación con hasta 50% de reducción de eficiencia para similar ambos casos.

La implementación de estrategias anti-windup, especialmente la metodología basada en pseudo-control hedging (PCH), refuerza la capacidad del sistema para adaptarse a condiciones de saturación y limita los efectos adversos durante fases transitorias.

El enfoque NMFC proporciona una solución eficaz para el control robusto de vehículos hipersónicos, al poder tener un Sistema de control el cual es capaz de controlar las superficies de control para evitar el sobre saturamiento de estos.

En conclusión, el desarrollo de un sistema de control de vuelo para una configuración hipersónica como el GHGV-2 refleja los grandes avances y desafíos actuales en la ingeniería aeroespacial. La integración de metodologías de control no lineal y simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD) ha permitido un entendimiento y control mucho más precisos de estos vehículos, cuyos entornos de vuelo presentan características y limitaciones extremas. Este trabajo representa la convergencia de varias disciplinas clave, como la aerodinámica, la mecánica de vuelo, el control automático y la simulación numérica, subrayando la necesidad de un enfoque multidisciplinario para enfrentar las complejidades inherentes a las tecnologías hipersónicas.

El progreso logrado en el control y la estabilidad de estas aeronaves frente a condiciones variables de vuelo y fuerzas externas muestra cómo la ingeniería aeroespacial ha superado las limitaciones de décadas anteriores, proporcionando soluciones innovadoras y eficaces. Esta investigación no solo valida el potencial de las configuraciones waverider para futuras aplicaciones civiles y militares, sino que también traza el camino para el desarrollo de tecnologías avanzadas que permitan la operación segura y eficiente de vehículos no tripulados en regímenes de vuelo hipersónico.

A medida que continuamos avanzando en la comprensión y optimización de estos sistemas, queda claro que los ingenieros aeroespaciales tenemos la responsabilidad de mantenernos a la vanguardia de las tecnologías emergentes, con el compromiso de impulsar la industria hacia nuevas fronteras. El estudio del GHGV-2 es un recordatorio de la importancia de la innovación continua y el aprendizaje interdisciplinario para afrontar los retos de la próxima generación de vuelos atmosféricos y espaciales, guiados por la visión de un futuro en el que el vuelo hipersónico sea una realidad tangible y revolucionaria.

Referencias

Autenrieb, J., & Fezans, N. (2024). Flight control design for a hypersonic waverider configuration. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 61(3), 543–554. <https://doi.org/10.1007/s12567-024-00544-0>

Anderson, J. D. (2006). Hypersonic and high-temperature gas dynamics (2nd ed.). AIAA Education Series. American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Bertin, J. J., & Cummings, R. M. (2013). Hypersonic aerothermodynamics (2nd ed.). American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Blakelock, J. H. (1991). Automatic control of aircraft and missiles (2nd ed.). John Wiley & Sons.

Candler, G. V. (2015). High-enthalpy hypersonic flows: Fundamentals and applications. Springer.

Knauber, J., & Ehlers, S. (2017). Nonlinear control of hypersonic flight vehicles. In Control of complex nonlinear systems with delay (pp. 271–303). Springer.

Lu, P., & Blanksby, C. E. (2020). Hypersonic vehicle dynamics and control. Cambridge University Press.

Shaughnessy, E. J., Katz, I., & Schaffer, J. P. (2005). Introduction to fluid mechanics (2nd ed.). Oxford University Press.

Walpot, L., & Giordano, P. (2019). High-speed flight and re-entry. In Atmospheric re-entry vehicle mechanics (pp. 99–140). Springer.

Gerhold, T.: Overview of the hybrid rans code tau. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design 89 (2002). https://doi.org/10.1007/3-540-32382-1_5 24.

Autenrieb, J., Fezans, N., Gruhn, P., Klevanski, J.: Towards a Control-Centric Modelling and Simulation-Framework for Hypersonic Glide Vehicles. In: German Aeronautics and Space Congress (DLRK), Bremen, Germany (2021). <https://doi.org/10.25967/550235> 25.

Young, T.: International Standard Atmosphere (ISA) Table, pp. 583–590 (2017). <https://doi.org/10.1002/9781118534786.app1> 26.

Fezans, N., Alazard, D., Imbert, N., Carpentier, B.: Robust LPV Control Design for a RLV During Reentry (2010). <https://doi.org/10.2514/6.2010-8194>

Lombaerts, T., Looye, G., Chu, P., Mulder, J.A.: Pseudo Control Hedging and its Application for Safe Flight Envelope Protection. <https://doi.org/10.2514/6.2010-8280>